UNIVERSITA’ DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L’ESAME DI “MATEMATICA I” - 20130415
DOMANDE DI “ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA”

Avvertenze
Le pagine dell’elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la “fila” ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ o $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l’esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall’aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “1”}}$

Esercizio 4 (4 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale **O*xyz***, siano

α il piano passante per $\mathbf{A} \equiv (2,0,-1)$, $\quad \mathbf{B} \equiv (1,3,1)$ $\quad$ e $\quad \mathbf{C} \equiv (2,4,1)$,

β il piano passante per $\mathbf{P} \equiv (3,-1,2)$ ortogonale all’asse ***z***

e, in dipendenza del parametro reale k,

$\boldsymbol{\gamma}_k$ il piano di equazione $\quad kx - ky + 3 = 0\,.$

Si stabilisca per quali valori del parametro reale k i piani α, β e γ_k appartengono a uno stesso fascio di piani, specificando in funzione di k se si tratta di un fascio proprio o di un fasci improprio.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ siano

$$v_1 := (1,0,1),\ v_2 := (1,-1,1),\ v_3 := (1,1,0) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3).$$

Non è richiesta la verifica che $\mathcal{B}$ è effettivamente una base ordinata di $\mathbb{R}^3$.

Siano poi $e_1 := (1,0,0)$, $e_2 := (0,1,0)$, $e_3 := (1,0,1)$ e sia $\mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3)$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Detto **f** l’endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ la cui matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{C}$ in partenza e a $\mathcal{B}$ in arrivo è

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se esiste una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di **f**.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20130415
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

<u>Avvertenze</u>
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ o $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "2"}}$

Esercizio 4 (4 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale **O*xyz***, siano

α il piano passante per $\mathbf{A} \equiv (2, -1, 0)$, $\mathbf{B} \equiv (1, 1, 3)$ e $\mathbf{C} \equiv (2, 1, 4)$,

β il piano passante per $\mathbf{P} \equiv (1, 2, 3)$ ortogonale all'asse ***y***

e, in dipendenza del parametro reale k,

$\boldsymbol{\gamma}_k$ il piano di equazione $kx - kz + 2 = 0\,.$

Si stabilisca per quali valori del parametro reale k i piani α, β e γ_k appartengono a uno stesso fascio di piani, specificando in funzione di k se si tratta di un fascio proprio o di un fasci improprio.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ siano

$$v_1 := (-1, 1, 1),\ v_2 := (1, -1, 0),\ v_3 := (2, -1, -1) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3).$$

Non è richiesta la verifica che $\mathcal{B}$ è effettivamente una base ordinata di $\mathbb{R}^3$.

Siano poi $e_1 := (1, 0, 0)$, $e_2 := (0, 1, 0)$, $e_3 := (1, 0, 1)$ e sia $\mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3)$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Detto **f** l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ la cui matrice $\mathcal{M}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{C}$ in partenza e a $\mathcal{B}$ in arrivo è

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se esiste una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di **f**.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20130415
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ o $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "3"}}$

Esercizio 4 (4 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale **O*xyz***, siano

α il piano passante per $\mathbf{A} \equiv (2, 0, -1)$, $\quad \mathbf{B} \equiv (1, 1, 0) \quad$ e $\quad \mathbf{C} \equiv (2, 4, 1)$,

β il piano passante per $\mathbf{P} \equiv (-3, 4, 2)$ ortogonale all'asse ***z***

e, in dipendenza del parametro reale k,

$\boldsymbol{\gamma}_k$ il piano di equazione $\quad kx - ky + 5 = 0\,.$

Si stabilisca per quali valori del parametro reale k i piani α, β e γ_k appartengono a uno stesso fascio di piani, specificando in funzione di k se si tratta di un fascio proprio o di un fasci improprio.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ siano

$$v_1 := (1, 1, 0),\ v_2 := (1, 1, -1),\ v_3 := (1, 0, 1) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3).$$

Non è richiesta la verifica che $\mathcal{B}$ è effettivamente una base ordinata di $\mathbb{R}^3$.

Siano poi $e_1 := (1, 0, 0)$, $e_2 := (0, 1, 0)$, $e_3 := (1, 0, 1)$ e sia $\mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3)$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Detto **f** l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ la cui matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{C}$ in partenza e a $\mathcal{B}$ in arrivo è

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se esiste una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di **f**.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20130415
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ o $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “4”}}$

Esercizio 4 (4 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale **O*xyz***, siano

α il piano passante per $\mathbf{A} \equiv (2, -1, 0)$, $\mathbf{B} \equiv (1, 0, 1)$ e $\mathbf{C} \equiv (2, 1, 4)$,

β il piano passante per $\mathbf{P} \equiv (3, 2, 1)$ ortogonale all'asse ***y***

e, in dipendenza del parametro reale k,

$\boldsymbol{\gamma}_k$ il piano di equazione $kx - kz + 3 = 0\,.$

Si stabilisca per quali valori del parametro reale k i piani α, β e γ_k appartengono a uno stesso fascio di piani, specificando in funzione di k se si tratta di un fascio proprio o di un fasci improprio.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ siano

$$v_1 := (-1, 1, 1),\ v_2 := (2, -1, -1),\ v_3 := (1, -1, 0) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3).$$

Non è richiesta la verifica che $\mathcal{B}$ è effettivamente una base ordinata di $\mathbb{R}^3$.

Siano poi $e_1 := (1, 0, 0)$, $e_2 := (0, 1, 0)$, $e_3 := (1, 0, 1)$ e sia $\mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3)$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Detto **f** l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ la cui matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{C}$ in partenza e a $\mathcal{B}$ in arrivo è

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se esiste una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di **f**.