UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20140915
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$ o $\boxed{2}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "1"}}$

Esercizio 4 (5 punti). Si dica per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z ha soluzioni, specificando al variare di k il numero delle eventuali incognite libere:

$$\begin{cases} x + k\,y - (k+2)\,z = 3 \\ k\,x + y + 3\,z = -6 - 5k \\ k\,x + y + (k-4)\,z = 6k - 3 \\ 2k\,x + 2\,y + (k-1)\,z = k - 9 \end{cases}$$

Esercizio 5 (5 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (0,\,-1,0,0), \quad v_2 := (0,2,0,\,-1), \quad v_3 := (1,0,0,0) \quad \text{e} \quad v_4 := (0,\,-1,\,-1,0)\,;$$

$$e_1 := (1,0,0,0), \quad e_2 := (0,1,0,0), \quad e_3 := (0,0,1,0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0,0,0,1)\,;$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \quad \text{e} \quad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la "base canonica" di } \mathbb{R}^4\text{).}$$

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza e in arrivo) dell'endomorfismo **f** di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}\,(x,y,z,t) := (x - 3z, \;\; 4z - 4y - 7t, \;\; t, \;\; 2y - 2z + 4t)\,.$$

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che **f** è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20140915
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$ o $\boxed{2}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “2”}}$

Esercizio 4 (5 punti). Si dica per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z ha soluzioni, specificando al variare di k il numero delle eventuali incognite libere:

$$\begin{cases} x + ky + 3z = -6 - 5k \\ x + ky + (k-4)z = 6k - 3 \\ kx + y - (k+2)z = 3 \\ 2x + 2ky + (k-1)z = k - 9 \end{cases}$$

Esercizio 5 (5 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (0, -1, 0, 0), \quad v_2 := (0, 2, 0, -1), \quad v_3 := (1, 0, 0, 0) \quad \text{e} \quad v_4 := (0, -1, -1, 0)\,;$$

$$e_1 := (1, 0, 0, 0), \quad e_2 := (0, 1, 0, 0), \quad e_3 := (0, 0, 1, 0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0, 0, 0, 1)\,;$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \qquad \text{e} \qquad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la “base canonica” di } \mathbb{R}^4\text{)}.$$

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza e in arrivo) dell'endomorfismo **f** di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}(x, y, z, t) := (3z - x, \;\; 4y - 4z + 7t, \;\; -t, \;\; 2z - 2y - 4t)\,.$$

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che **f** è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.