

**I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 9 Aprile 2005
Gruppo A - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono continue su tutto \mathbb{R}^2 :

$$\text{sen}(xy), \quad \frac{1}{1+x^2y^2}, \quad \frac{1}{1-x^2y^2}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} 2 \frac{\text{sen}x(\text{cos}y - 1)}{xy^2}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + |y|^3}.$$

4. Sia $u(x, y) = \text{tg}(xy)$, calcolare $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente e sia v la direzione $(1, 1)$, calcolare

$$\frac{\partial u}{\partial x}\left(\pi, \frac{1}{4}\right), \quad \frac{\partial u}{\partial y}\left(\pi, \frac{1}{4}\right), \quad \frac{\partial u}{\partial v}\left(\pi, \frac{1}{4}\right).$$

6. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \frac{\text{sen}x}{x^2+y^2}$.

7. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = x + y^2 + xy + 2x^2$.

8. Dire se la curva $x + y^2 + xy = 3$ é regolare.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = x^2 + y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) : \max\{|x|, |y|\} \leq 1\}$

Gruppo A - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 y^3}{x^8 + y^8}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 4 di

$$f(x, y) = \operatorname{sen}(x + y) \log(1 + xy).$$

3. Studiare al variare di α la regolarità dell'insieme $x^4 + y^4 + (x - 1)^4 = \alpha$.

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = xy e^{x+y}$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 9 Aprile 2005
Gruppo B - Parte I**

 Cognome:

Nome:

 Matricola:

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono continue su tutto \mathbb{R}^2 :

$$tg(xy), \quad \frac{1}{3 + x^4y^4}, \quad \frac{1}{\sqrt{1 - x^2y^2}}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} -2 \frac{tgx(1 - cosy)}{xy^2}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^5}{x^4 + |y|}.$$

4. Sia $u(x, y) = \log(1 + xy)$, calcolare $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente e sia v la direzione $(1, 1)$, calcolare

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1, 1), \quad \frac{\partial u}{\partial y}(1, 1), \quad \frac{\partial u}{\partial v}(1, 1).$$

6. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \frac{\cos x}{x^2 + y^2}$.

7. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = 2y^2 + 3xy + 2x + 2y + 5x^2$.

8. Dire se la curva $x + y^2 + xy = 5$ é regolare.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = x^2 + y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) : \max\{|x|, |y|\} \leq 2\}$

Gruppo B - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^7 y}{x^8 + y^8}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 4 di

$$f(x, y) = \cos(x + y) \log(1 - xy).$$

3. Studiare al variare di α la regolarità dell'insieme $8x^4 + y^4 + (x - 1)^4 = \alpha$.

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = 3xye^{2x+2y}$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 9 Aprile 2005
Gruppo C - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono continue su tutto \mathbb{R}^2 :

$$\cos(xz), \quad \frac{3}{5 + x^6 z^6}, \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}xz\right).$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{arctg}x(1 - \cos y)}{xy^2}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + |y|}.$$

4. Sia $u(x, y) = \operatorname{arctg}(xy)$, calcolare $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente e sia v la direzione $(1, 1)$, calcolare

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1, 1), \quad \frac{\partial u}{\partial y}(1, 1), \quad \frac{\partial u}{\partial v}(1, 1).$$

6. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \frac{\operatorname{sen}y}{x^2 + y^2}$.

7. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = 2x^2 + 3xy + 2y + 2x + 5y^2$.

8. Dire se la curva $x + y^2 + xy = 7$ é regolare.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = x^2 + y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) : \max\{|x|, |y|\} \leq 3\}$

Gruppo C - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 4 di

$$f(x, y) = \operatorname{sen}(xy) \log(1 + (x + y)).$$

3. Studiare al variare di α la regolarità dell'insieme $4x^4 + y^4 + (x - 1)^4 = \alpha$.

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = 5xye^{3x+3y}$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 9 Aprile 2005
Gruppo D - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono continue su tutto \mathbb{R}^2 :

$$\arctg(3(x^2 + y^2)), \quad \frac{1}{1 + (x + y)^2}, \quad \frac{1}{1 - x^2 - y^2}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \operatorname{sen} x}{2(\operatorname{cos} y - 1)x}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^5}{x^2 + |y|^3}.$$

4. Sia $u(x, y) = \operatorname{cos}^2(xy)$, calcolare $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente e sia v la direzione $(1, 1)$, calcolare

$$\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \quad \frac{\partial u}{\partial y}\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \quad \frac{\partial u}{\partial v}\left(\frac{\pi}{2}, 1\right).$$

6. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \frac{\operatorname{cos} y}{x^2 + y^2}$.

7. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = 6x + 3xy + 5y^2 + 2x^2$.

8. Dire se la curva $x + y^2 + xy = 9$ é regolare.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = x^2 + y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) : \max\{|x|, |y|\} \leq 4\}$

Gruppo D - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^4 + y^4}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 4 di

$$f(x, y) = \cos(xy) \log(1 - (x + y)).$$

3. Studiare al variare di α la regolarità dell'insieme $27x^4 + y^4 + (x - 1)^4 = \alpha$.

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = 6xye^{2x+2y}$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**I compito (Recupero) di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 12 Maggio 2005
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x, y) = \arcsen(1 - xy).$$

Dire inoltre se f é continua sul suo dominio ed individuarne il codominio.

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 + xy)}{xseny}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctg(x^7 + y^5)}{x^4 + y^4}.$$

4. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \cos(\frac{\pi}{2} - xy)$.

5. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \cos(\frac{\pi}{2} - xy)$.

6. Scrivere lo sviluppo di Taylor del 2 ordine di $u(x, y) = \cos(\frac{\pi}{2} - xy)$ nel punto $(0, 0)$.

7. Dire se la funzione $f(x, y) = x^2 + xy + 3y^2 + 2x + y$ ha insiemi di livello irregolari.

8. Determinare il massimo ed il minimo di $f(x, y) = (x - 1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 1$.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = \arctg(x^2 + y^2)$ sul dominio

$$D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$$

Gruppo A - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctg(x^3 + y^3)}{x^4 + |y|^3}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 3 di

$$f(x, y) = \text{sen}(x + y)e^{xy}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\{f(x, y) = 0\} = \{y^2 - \arctg^2 x = 0\}$. Determinare (giustificando opportunamente la risposta) un punto stazionario di f .

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} - y^2$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**I compitino (recupero) di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 12 maggio 2005
Gruppo B - Parte I**

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x, y) = \arccos(1 - xy).$$

Dire inoltre se f é continua sul suo dominio ed individuarne il codominio.

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 - xy)}{x \operatorname{arctg} y}.$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^5 + y^7)}{x^4 + y^4}.$$

4. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + xy)$.

5. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + xy)$.

6. Scrivere lo sviluppo di Taylor del 2 ordine di $u(x, y) = \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + xy)$ nel punto $(0, 0)$.

7. Dire se la funzione $f(x, y) = 2x^2 + xy + 3y^2 + 2x + 3y$ ha insiemi di livello irregolari.

8. Determinare il massimo ed il minimo di $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

9. Determinare il massimo ed il minimo della funzione $u(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$ sul dominio

$$D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 3\}$$

Gruppo B - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x^5 + y^5)}{x^6 + |y|^5}.$$

2. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno di $(0,0)$ fino all'ordine 3 di

$$f(x, y) = e^{x+y} \arctg xy.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\{f(x, y) = 0\} = \{y^2 - \text{sen}^2(x) = 0\}$. Determinare (giustificando opportunamente la risposta) infiniti punti stazionari di f .

4. Determinare i punti stazionari della funzione della funzione $u(x, y) = -\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} + x^2$ su tutto \mathbb{R}^2 , studiarne la natura. Dire se la funzione ammette massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 .

**II compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 28 Maggio 2005
Gruppo A - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Calcolare la lunghezza del grafico di $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$ per $0 \leq x \leq 1$.

2. Calcolare la lunghezza della spirale descritta in forma polare dall'equazione $\rho(\theta) = 2\theta^2$, $\theta \in [0, 4\pi]$.

3. Dire se é esatta la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2}{3} \frac{x}{1 + (2x^2 + 3y^2)^2} dx + \frac{y}{1 + (2x^2 + 3y^2)^2} dy.$$

(Facoltativo) Individuarne una primitiva.

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 + x^2)y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + 2y' - 3y = e^x$$

6. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_T x e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

Gruppo A - Parte II

1. Studiare la forma differenziale

$$-\frac{(y-1)}{(y-1)^2 + (x-1)^2}dx + \frac{(x-1)}{(y-1)^2 + (x-1)^2}dy,$$

e calcolarne l'integrale sulle circonferenze ammissibili, di centro l'origine e orientate in senso antiorario.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione (*sugg. per determinare le radici dell'eq. caratteristica provare prima 1 e -1*)

$$y''' - 3y'' + 4y' + 8y = e^x.$$

3. Studiare qualitativamente (esistenza locale, andamento, esistenza globale, limite) la soluzione di

$$\begin{cases} y' = \operatorname{arctg}(x - y^2), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_T x dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y \leq 1\}.$$

**II compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 28 maggio 2005
Gruppo B - Parte I**

 Cognome:

Nome:

 Matricola:

1. Calcolare la lunghezza del grafico di $f(x) = \frac{4}{3}x^{3/2}$ per $0 \leq x \leq 1$.

2. Calcolare la lunghezza della spirale descritta in forma polare dall'equazione $\rho(\theta) = \theta^2$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

3. Dire se é esatta la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{3}{2} \frac{x}{1 + (3x^2 + 2y^2)^2} dx + \frac{y}{1 + (3x^2 + 2y^2)^2} dy.$$

(Facoltativo) Individuarne una primitiva.

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = y^2(t) \operatorname{sent}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 3y' - 10y = e^{5x}$$

6. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_T y e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Gruppo B - Parte II

1. Studiare la forma differenziale

$$-\frac{(y-1)}{(y-1)^2 + (x+1)^2}dx + \frac{(x+1)}{(y-1)^2 + (x+1)^2}dy,$$

e calcolarne l'integrale sulle circonferenze ammissibili, di centro l'origine e orientate in senso antiorario.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y''' - 7y'' + 24y' - 18y = e^{-x}$$

3. Studiare qualitativamente la soluzione di

$$\begin{cases} y' = (x - y^2)^7, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_T x dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, -1 \leq y, x^2 + y \leq 1\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 6 giugno 2005 (I appello)
Gruppo A - Parte I

 Cognome:

Nome:

 Matricola:

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono definite e continue su tutto il piano \mathbb{R}^2 oppure sono prolungabili a tutto il piano \mathbb{R}^2 :

$$\sin(1 + x^2y^2), \quad \frac{1}{\pi - \operatorname{arctg}(1/(x^4 + y^4))}, \quad \frac{1}{2 - \sin xy}.$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 + x^2 + y^2)}{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = x \log(1 + xy)$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = x \log(1 + xy)$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x - 1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

6. Calcolare la lunghezza del grafico di $f(x) = \frac{x^2}{2}$ nell'intervallo $[0, \frac{e^2-1}{2e}]$. (Potrebbe essere utile ricordare la relazione $\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$ e le altre relazioni che coinvolgono \sinh e \cosh).

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 + x^2)y^3, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - y = e^x.$$

9. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \frac{x^2}{x^2 + y^2} \operatorname{arctg}(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

Gruppo A - Parte II

1. Determinare i punti critici di $u(x, y) = \sin(xy)$ in \mathbb{R}^2 e studiarne la natura. Disegnare le curve di livello di u .

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 4y' + 5y = e^{2x}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \frac{\arctg y}{(1+y^2)^{3/2}} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \pi/4, x^2 - y^2 \leq 1\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 6 giugno 2005 (I appello)
Gruppo B - Parte I

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono definite e continue su tutto il piano \mathbb{R}^2 oppure sono prolungabili a tutto il piano \mathbb{R}^2 :

$$\cos(1 - x^2y^2), \quad \frac{1}{\pi - \operatorname{arctg}(1/(x^2 + y^2))}, \quad \frac{1}{\cos xy - 2}.$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 - x^2 - y^2)}{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = y \log(1 - xy)$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = y \log(1 - xy)$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x + 1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

6. Calcolare la lunghezza del grafico di $f(x) = \frac{x^2}{2}$ nell'intervallo $[0, \frac{e-1}{2e^{1/2}}]$. (Potrebbe essere utile ricordare la relazione $\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$ e le altre relazioni che coinvolgono \sinh e \cosh).

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (\cos x)y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 4y = e^{2x}.$$

9. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \frac{y^2}{x^2 + y^2} \operatorname{arctg}(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

Gruppo B - Parte II

1. Determinare i punti critici di $u(x, y) = 2 \sin(xy) - 1$ in \mathbb{R}^2 e studiarne la natura. Disegnare le curve di livello di u .

2.

Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 6y' + 10y = e^{3x}$$

3.

Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \frac{\log(1+y)}{(1+y)^{3/2}} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y, x \leq 2, y^2 - x \leq 1\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 27 giugno 2005 (II appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono definite e continue su tutto il piano \mathbb{R}^2 oppure sono prolungabili a tutto il piano \mathbb{R}^2 :

$$\sin((x+1)^2 + (y-1)^2), \frac{1}{(x+1)^2 + (y-1)^2}, ((x+1)^2 + (y-1)^2) \log((x+1)^2 + (y-1)^2).$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{x^3 + y^3 + x^2 + y^2}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \log(x^3 + y^3)$ nel punto $(1, 1)$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(x^3 + y^3)$ nel punto $(1, 1)$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x-1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale $\omega(x, y) = xdx + y^2dy$ su un quadrato centrato nell'origine, con lati paralleli agli assi coordinati e di lunghezza 2, orientato in senso antiorario.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1+x^2)\sqrt{y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + xy + x = 0, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Indicato con B il quadrato $[0, 1] \times [0, 1]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (x+y)^3 dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Determinare lo sviluppo di Taylor nell'origine fino all'ordine 4 compreso della funzione

$$f(x, y) = \log(1 + x + y^2)$$

2. Studiare l'esattezza della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x}{2x^2 + 3y^2} dx + \frac{3y}{4x^2 + 6y^2} dy$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt{1 + y^3} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, x^2 - y^3 \leq 1\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 27 giugno 2005 (II appello)
Gruppo B - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire quali tra le seguenti funzioni sono definite e continue su tutto il piano \mathbb{R}^2 oppure sono prolungabili a tutto il piano \mathbb{R}^2 :

$$\cos((x+3)^2 + (y-2)^2), \frac{1}{(x+3)^2 + (y-2)^2}, ((x+3)^2 + (y-2)^2) \log((x+3)^2 + (y-2)^2).$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{x^4 + y^4 + x^2 + y^2}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \log(x^4 + y^4)$ nel punto $(1, 1)$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(x^4 + y^4)$ nel punto $(1, 1)$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x+1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale $\omega(x, y) = x^2 dx + y dy$ su un quadrato centrato nell'origine, con lati paralleli agli assi coordinati e di lunghezza 1, orientato in senso antiorario.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1+x^2) \sqrt[3]{y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + xy + x = 0, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

9. Indicato con B il quadrato $[0, 2] \times [0, 2]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (x+y)^3 dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Determinare lo sviluppo di Taylor fino all'ordine 4 compreso della funzione

$$f(x, y) = \log(1 + x^2 + y)$$

2. Studiare l'esattezza della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x}{3x^2 + 2y^2} dx + \frac{2y}{9x^2 + 6y^2} dy$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt{1 + y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x, 0 \leq y - x\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 18 luglio 2005 (III appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log(\log(y - x^2)).$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctg(y + x^2)}{\sin y + e^{x^2} - 1}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = \arctg((x - 1)^2 + y^2)$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = 3x^2y^2dx + 2x^3ydy$$

sull'ellisse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ orientata in senso antiorario.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\log x}{y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Determinare una soluzione dell'equazione

$$y' + x^2y + x^2 = 0.$$

9. Indicato con B il quadrato $[0, 1] \times [0, 1]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + x + y)^2 dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Determinare i punti critici di $u(x, y) = \frac{x^3}{3} - x + \log(1 + y^2)$ e studiarne la natura. Si dica poi se u ammette max e min assoluti sul suo dominio.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y''' - 5y'' + 11y' - 15y = e^{3x}.$$

(Potrebbe essere utile considerare 3 oppure -3 tra le possibili radici del polinomio).

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \log(1 + y^2) dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{e-1}, 0 \leq x(1 + y^2) \leq 2y\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 18 luglio 2005 (III appello)
Gruppo B- Parte I

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log(\log(x - y^2)).$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctg(x + y^2)}{\sin x + 1 - \cos y}.$$

3. Calcolare il gradiente di $u(x, y) = x^{\frac{4}{3}} - y^{\frac{4}{3}}$.

4. Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = x^{\frac{4}{3}} - y^{\frac{4}{3}}$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = \arctg((x + 1)^2 + y^2)$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = 2xy^3 dx + 3x^2 y^2 dy$$

sull'ellisse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ orientata in senso antiorario.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\arctg x}{y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Determinare una soluzione dell'equazione

$$y' + x^2 y + x^3 = 0.$$

9. Indicato con B il quadrato $[0, 2] \times [0, 2]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + x + y)^2 dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Determinare i punti critici di $u(x, y) = \frac{y^3}{3} - y + \log(1 + x^2)$ e studiarne la natura. Si dica poi se u ammette max e min assoluti sul suo dominio.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y''' + y'' - y' + 15y = e^{-3x}.$$

(Potrebbe essere utile considerare 3 oppure -3 tra le possibili radici del polinomio).

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \arctg(y^2) dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{\pi}}{2}, 0 \leq x(1 + y^4) \leq 2y\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 13 settembre 2005 (IV appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

- 1.** Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log(\log(yx)).$$

- 2.** Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{\operatorname{sen}(x^2+y^2)} - 1}{x^2 + y^2}.$$

- 3.** Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \log(xy)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(2, 2)$.

- 4.** Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(xy)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(2, 2)$.

- 5.** Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = \log((x - 1)^2 + y^2)$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

- 6.** Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{x^2 + 2y^2} dx + \frac{x}{x^2 + 2y^2} dy$$

sull'ellisse $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ orientata in senso antiorario.

- 7.** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^3(1 + x), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 8.** Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 2y' + y = 0.$$

- 9.** Indicato con B il quadrato $[0, 1] \times [0, 1]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Studiare la funzione $u(x, y) = x^2 \log(x^2 + y^2) + y^2$. In particolare: determinare i punti critici, studiarne la natura, e calcolare il limite $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire se u ammette max o min assoluto e in tal caso determinarne il valore.

2. Determinare la soluzione del problema:

$$\begin{cases} y'' + y' - 6y = e^{2x}, \\ y(0) = \frac{2}{5}, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T 2xe^{\frac{y^2}{2}+y} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq \frac{x}{\sqrt{1+y}} \leq 1\}.$$

**Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 13 settembre 2005 (IV appello)
Gruppo B- Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

- 1.** Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log(\log(yx^3)).$$

- 2.** Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{tg}(\operatorname{sen}(x^2 + y^2))}{x^2 + y^2}.$$

- 3.** Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \log(x^3y)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(2, 2)$.

- 4.** Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(x^3y)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(2, 2)$.

- 5.** Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = \log((x + 1)^2 + y^2)$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $x^2 + y^2 = 4$.

- 6.** Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{2x^2 + y^2} dx + \frac{x}{2x^2 + y^2} dy$$

sull'ellisse $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ orientata in senso antiorario.

- 7.** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2(1 + x), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 8.** Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 6y' + 9y = 0.$$

- 9.** Indicato con B il quadrato $[0, 1] \times [0, 1]$ di \mathbb{R}^2 calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + x^2y) dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Studiare la funzione $u(x, y) = y^2 \log(x^2 + y^2) + x^2$. In particolare: determinare i punti critici, studiarne la natura, e calcolare il limite $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire se u ammette max o min assoluto e in tal caso determinarne il valore

2. Determinare la soluzione del problema:

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = e^x, \\ y(0) = \frac{1}{2}, \\ y'(0) = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T 2ye^{\frac{x^2}{2}+x} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq \frac{y}{\sqrt{1+x}} \leq 1\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 10 gennaio 2006 (V appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log\left(\log\left(\frac{x}{y}\right)\right).$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{\operatorname{sen}(x^4+y^4)} - 1}{x^2 + y^2}.$$

3. Calcolare (e scrivere) il gradiente di $u(x, y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(2, 2)$.

4. Calcolare (e scrivere) la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(2, 2)$.

5. Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x - 1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $\max\{|x|, |y|\} = 2$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{x^2 + (2y)^2} dx + \frac{x}{x^2 + (2y)^2} dy$$

sull'ellisse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ orientata in senso antiorario.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3}{1+x^2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 10y' + 25y = 0.$$

9. Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Studiare la funzione $u(x, y) = x(e^{-\frac{x^2}{2}} - y^2)$. In particolare: determinare i punti critici, studiarne la natura, e dire se esiste il limite $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire se u ammette max o min assoluto e in tal caso determinarne il valore.

2. Determinare tutte le soluzioni limitate dell'equazione

$$y''' - y'' + 4y' - 4y = 0.$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt[4]{1-x^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt[4]{1-x^2}\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 10 gennaio 2006 (V appello)
Gruppo B- Parte I

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

- 1.** Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \log\left(\log\left(\frac{y}{x}\right)\right).$$

- 2.** Calcolare il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{tg}(\operatorname{sen}(x^4 + y^4))}{x^2 + y^2}.$$

- 3.** Calcolare il gradiente di $u(x, y) = \log\left(\frac{y}{x}\right)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(2, 2)$.

- 4.** Calcolare la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log\left(\frac{y}{x}\right)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(2, 2)$.

- 5.** Determinare il massimo ed il minimo di $u(x, y) = (x + 1)^2 + y^2$ sull'insieme del piano definito dalla relazione $\max\{|x|, |y|\} = 4$.

- 6.** Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{(2x)^2 + y^2} dx + \frac{x}{(2x)^2 + y^2} dy$$

sull'ellisse $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ orientata in senso antiorario.

- 7.** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{1+x^2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 8.** Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 14y' + 49y = 0.$$

- 9.** Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + x^2 y) dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Studiare la funzione $u(x, y) = y(e^{-\frac{y^2}{2}} - x^2)$. In particolare: determinare i punti critici, studiarne la natura, e dire se esiste il limite $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire se u ammette max o min assoluto e in tal caso determinarne il valore

2. Determinare tutte le soluzioni limitate dell'equazione

$$y''' - y'' + 9y' - 9y = 0.$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt[4]{1-y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq \sqrt[4]{1-y^2}\}.$$

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 25 gennaio 2006 (VI appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = tg\left(\frac{\pi}{2} \operatorname{sen}(xy)\right).$$

2. Disegnare grossolanamente (ma con chiarezza) l'insieme del piano definito dalla relazione $|x| + |y| = 2$.

3. Calcolare (e scrivere) il gradiente di $u(x, y) = \sqrt{1 + 2xy}$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(1, 1)$.

4. Calcolare (e scrivere) la matrice Hessiana di $u(x, y) = \sqrt{1 + 2xy}$, poi scrivere tale matrice nel punto $(1, 1)$.

5. Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 6 nel punto $(0, 0)$ della funzione

$$u(x, y) = \operatorname{sen}(xy).$$

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = x^3 y^2 dx + y x dy$$

sul bordo orientato in senso antiorario del quadrato centrato in zero, di lato 2 e con i lati paralleli agli assi coordinati.

7. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + 2y = 0.$$

8. Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B \frac{1}{1 + x^2 + y^2} dx dy.$$

9. Indicato con B il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, 1)$ calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Individuare il dominio della forma differenziale

$$\omega = \frac{2(1-x)}{((1-x)^2 + (1-y)^2)^2} dx + \frac{2(1-y)}{((1-x)^2 + (1-y)^2)^2} dy$$

- . Dire se ω e' esatta ed eventualmente individuarne una primitiva che vale 1 nel punto $(1, 0)$.

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$y''' + y'' + 4y' + 4y = 0,$$

- tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$. Esistono altre soluzioni che hanno limite per $x \rightarrow \infty$?

3. Calcolare l'integrale sulla palla di centro l'origine e raggio 2 della funzione $u(x, y) = \log(x^2 + y^2)^5$.

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 25 gennaio 2006 (VI appello)
Gruppo B- Parte I

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

- 1.** Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\cos(xy)\right).$$

- 2.** Disegnare grossolanamente (ma con chiarezza) l'insieme del piano definito dalla relazione $|x| + |y| = 3$.

- 3.** Calcolare (e scrivere) il gradiente di $u(x, y) = \sqrt{1 + 5xy}$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(1, 1)$.

- 4.** Calcolare (e scrivere) la matrice Hessiana di $u(x, y) = \sqrt{1 + 5xy}$, poi scrivere tale matrice nel punto $(1, 1)$.

- 5.** Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 6 nel punto $(0, 0)$ della funzione

$$u(x, y) = \cos(xy).$$

- 6.** Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = xydx + y^3x^2dy$$

sul bordo orientato in senso antiorario del quadrato centrato in zero, di lato 2 e con i lati paralleli agli assi coordinati.

- 7.** Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + 4y = 0.$$

- 8.** Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} dx dy.$$

- 9.** Indicato con B il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, -1)$ calcolare l'integrale doppio

$$\int_B (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Individuare il dominio della forma differenziale

$$\omega = \frac{2x}{(x^2 + (1-y)^2)^2} dx + \frac{2(1-y)}{(x^2 + (1-y)^2)^2} dy$$

. Dire se ω e' esatta ed eventualmente individuarne una primitiva che vale 1 nel punto $(1, 0)$.

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$y''' + y'' + 16y' + 16y = 0,$$

tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$. Esistono altre soluzioni che hanno limite per $x \rightarrow \infty$?

3. Calcolare l'integrale sulla palla di centro l'origine e raggio 1 della funzione $u(x, y) = \log(x^2 + y^2)^7$.

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 15 febbraio 2006 (VII appello)
Gruppo A - Parte I

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Dire se é continua, oppure individuare i punti di discontinuità della funzione

$$u(x, y) = \operatorname{tg}\left(\pi \frac{2x^2 + y^2}{2 + 4x^2 + 2y^2}\right).$$

2. Disegnare grossolanamente (ma con chiarezza) l'insieme del piano

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq 1, |x| \operatorname{sen} y \leq 1\}$$

3. Calcolare (e scrivere) il gradiente di $u(x, y) = \log(1 + 5xy^2)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(1, 1)$.

4. Calcolare (e scrivere) la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(1 + 5xy^2)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(1, 1)$.

5. Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 4 nel punto $(0, 0)$ della funzione

$$u(x, y) = \log(1 + xy).$$

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale $\omega(x, y) = -ydx + ydy$ sull'arco dell'ellisse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ contenuto nel semipiano $0 \leq x$ ed orientato in senso antiorario.

7. Determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} 2yy' = x(1 + y^2), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy.$$

9. Indicato con T il poligono piano che ha come vertici i punti $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 1)$, $D = (2, 0)$ calcolare

$$\int_T (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Dire se esiste il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x^2 + 3y^2)}{x^2 + y^2 + 2x^4 + y^6}$$

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y^{iv} + 2y'' + y = 0.$$

3. Calcolare l'integrale sulla regione di piano interna all' ellisse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ della funzione $u(x, y) = \log\left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}\right)^5$.

Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2004-2005, 15 febbraio 2006 (VII appello)
Gruppo B - Parte I

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Dire se é continua, oppure individuare i punti di discontinuità della funzione

$$u(x, y) = \operatorname{tg}\left(\pi \frac{3x^2 + 5y^2}{2 + 6x^2 + 10y^2}\right).$$

2. Disegnare grossolanamente (ma con chiarezza) l'insieme del piano

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq 1, |x| \operatorname{arctg}(y) \leq 1\}$$

3. Calcolare (e scrivere) il gradiente di $u(x, y) = \log(1 + 3x^2y)$, poi scrivere tale gradiente nel punto $(1, 1)$.

4. Calcolare (e scrivere) la matrice Hessiana di $u(x, y) = \log(1 + 3x^2y)$, poi scrivere tale matrice nel punto $(1, 1)$.

5. Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 4 nel punto $(0, 0)$ della funzione

$$u(x, y) = \log(1 - xy).$$

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale $\omega(x, y) = -ydx + ydy$ sull'arco dell'ellisse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ contenuto nel semipiano $x \leq 0$ ed orientato in senso antiorario.

7. Determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} 2yy' = x(1 + y^2), \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

8. Indicato con B il quarto di cerchio unitario contenuto nel primo quadrante calcolare l'integrale doppio

$$\int_B \operatorname{sen} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy.$$

9. Indicato con T il poligono piano che ha come vertici i punti $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 1)$, $D = (2, 1)$ calcolare

$$\int_T (1 + xy) dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Dire se esiste il limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(3x^2 + 2y^2)}{x^2 + y^2 + 5x^4 + 3y^6}$$

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y^{iv} + 8y'' + 16y = 0.$$

3. Calcolare l'integrale sulla regione di piano interna all'ellisse $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9} = 1$ della funzione $u(x, y) = \log\left(\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9}\right)^5$.