

I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 marzo 2006
Gruppo A - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire se la seguente funzione é limitata dall'alto e/o dal basso su tutto \mathbb{R}^2 :

$$(x + y)\operatorname{arctg}(x + y).$$

2. Dire se la seguente funzione é continua su tutto \mathbb{R}^2 .

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \frac{x^2 + y^2}{1 + x^2 + y^2}\right).$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x + 1) \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + x^3 + y^5}\right).$$

4. Sia $u(x, y) = e^{\cos(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti e $v = (1, 1)$ posto $g(t) = u(tv)$ calcolare $g'(0)$.

7. Dire se la funzione $\operatorname{sen}(x^4 + y^4)$ é un $o(|(x, y)|^4)$.

8. Dire se la curva $x^4 + y^5 - 2x - 3y^2 = 1$ si autointerseca o é regolare.

9. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y - x^3 \leq 1\}.$$

Gruppo A - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^3}{x^2 + y^6}.$$

2. Calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine in un intorno di $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ di

$$f(x, y) = \log(1 + x + y).$$

3. Sia $u(x, y) = (1 - x^2)^2 + y^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 marzo 2006
Gruppo B - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire se la seguente funzione é limitata dall'alto e/o dal basso su tutto \mathbb{R}^2 :

$$(xy)\arctg(xy).$$

2. Dire se la seguente funzione é continua su tutto \mathbb{R}^2 .

$$tg\left(\frac{\pi}{2} \frac{x^4 + y^4}{1 + x^4 + y^4}\right).$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+1)\log\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + x^5 + y^3}\right).$$

4. Sia $u(x, y) = e^{\cos(x-y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti e $v = (1, 1)$ posto $g(t) = u(tv)$ calcolare $g'(0)$.

7. Dire se la funzione $\text{sen}(x^2 + y^2)$ é un $o(|(x, y)|^2)$.

8. Dire se la curva $x^4 + y^5 - 2x - 3y^2 = 2$ si autointerseca o é regolare.

9. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y - x^3 \geq 1\}.$$

Gruppo B - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^7 + y^3}{x^2 + y^6}.$$

2. Calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine in un intorno di $(4, 4)$ di

$$f(x, y) = \log(1 + x + y).$$

3. Sia $u(x, y) = (1 - x^4)^2 + y^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 marzo 2006
Gruppo C - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire se la seguente funzione é limitata dall'alto e/o dal basso su tutto \mathbb{R}^2 :

$$(xy)arctg(xy).$$

2. Dire se la seguente funzione é continua su tutto \mathbb{R}^2 .

$$tg\left(\frac{\pi}{4} \frac{|x||y|}{2 + |x||y|}\right).$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (y+1) \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + x^5 + y^3}\right).$$

4. Sia $u(x, y) = e^{\text{sen}(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti e $v = (1, 1)$ posto $g(t) = u(tv)$ calcolare $g'(0)$.

7. Dire se la funzione $\text{sen}(x^3 + y^3)$ é un $o(|(x, y)|^3)$.

8. Dire se la curva $x^4 + y^5 - 2x - 3y^2 = 3$ si autointerseca o é regolare.

9. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y - x^3 \leq 0\}.$$

Gruppo C - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^5}{x^6 + y^2}.$$

2. Calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine in un intorno di $(2, 2)$ di

$$f(x, y) = \log(1 + x + y).$$

3. Sia $u(x, y) = x^2 + (1 - y^2)^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

I compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 marzo 2006
Gruppo D - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Dire se la seguente funzione é limitata dall'alto e/o dal basso su tutto \mathbb{R}^2 :

$$xy^2 \arctg(xy^2).$$

2. Dire se la seguente funzione é continua su tutto \mathbb{R}^2 .

$$tg\left(\frac{\pi}{4} \frac{x^2 y^2}{2 + x^2 y^2}\right).$$

3. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (y+1) \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + x^3 + y^5}\right).$$

4. Sia $u(x, y) = e^{\text{sen}(x-y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti e $v = (1, 1)$ posto $g(t) = u(tv)$ calcolare $g'(0)$.

7. Dire se la funzione $\text{sen}(x^5 + y^5)$ é un $o(|(x, y)|^5)$.

8. Dire se la curva $x^4 + y^5 - 2x - 3y^2 = 4$ si autointerseca o é regolare.

9. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y - x^3 \geq -1\}.$$

Gruppo D - Parte II

1. Dire, giustificando brevemente la risposta, se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^7}{x^6 + y^2}.$$

2. Calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine in un intorno di $(3, 3)$ di

$$f(x, y) = \log(1 + x + y).$$

3. Sia $u(x, y) = x^2 + (1 - y^4)^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

**I compitino (recupero) di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 4 maggio 2006
Gruppo A - Parte I**

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid |x| - 3y \geq 0\}.$$

2. Disegnare sullo stesso piano cartesiano la palla unitaria (con il bordo tratteggiato) e l'insieme

$$D = \{(x, y) \mid x^4 + y^2 \leq 1\}.$$

3. Determinare l'insieme di definizione e l'immagine della funzione:

$$\log\left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} xy\right).$$

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^3 + y^3)}{x^3 + y^3 + x^6 + y^8}.$$

5. Sia $u(x, y) = \log(\cos(x + y))$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

6. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

7. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

8. Sia u la funzione degli esercizi precedenti dire se $u(x, y) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ é un $o(|(x, y)|^2)$ per $(x, y) \rightarrow 0$.

9. Studiare la regolarità degli insiemi di livello della funzione $f(x, y) = 16x^4 + 2y^5 - x + 5y^2$.

Gruppo A - Parte II

1. Calcolare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{\cos x\sqrt{y} + \operatorname{sen} \sqrt{xy} - 1}{e^{\sqrt{xy}} - 1}.$$

2. Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y) = xy$ sull'insieme

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

3. Sia $f(x, y, z) = x \operatorname{sen} z + y^2$ determinare i punti critici di f in \mathbb{R}^3 e studiare la loro natura. Studiare la regolarità degli insiemi di livello di f . Dire (motivando l'affermazione) se f ammette massimi o minimi assoluti.

**I compitino (recupero) di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 4 maggio 2006
Gruppo B - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid |y| - 3x \geq 0\}.$$

2. Disegnare sullo stesso piano cartesiano la palla unitaria (con il bordo tratteggiato) e l'insieme

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^4 \leq 1\}.$$

3. Determinare l'insieme di definizione e l'immagine della funzione:

$$\log\left(1 - \frac{1}{1 + x^2 + y^2}\right).$$

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^3+y^3} - 1}{x^3 + y^3 + x^6 + y^8}.$$

5. Sia $u(x, y) = \log(\sin(x + y))$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

7. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

8. Sia u la funzione degli esercizi precedenti dire se $u(x, y) - \frac{1}{2}((x - \frac{\pi}{4})^2 + (y - \frac{\pi}{4})^2)$ é un $o(|(x, y)|^2)$ per $(x, y) \rightarrow (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

9. Studiare la regolarità degli insiemi di livello della funzione $f(x, y) = 2x^5 + 16y^4 + 5x^2 - y$.

Gruppo B - Parte II

1. Calcolare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{xy}} - 1}{\cos x\sqrt{y} + \sin \sqrt{xy} - 1}.$$

2. Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y) = xy$ sull'insieme

$$D = \{(x, y) \mid 2 \leq x^2 + y^2 \leq 5\}.$$

3. Sia $f(x, y, z) = y \operatorname{sen} z + x^2$ determinare i punti critici di f in \mathbb{R}^3 e studiare la loro natura. Studiare la regolarità degli insiemi di livello di f . Dire (motivando l'affermazione) se f ammette massimi o minimi assoluti.

**II compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 20 maggio 2006
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Parametrizzare sull'intervallo $[0, \pi]$ la curva

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

percorsa due volte in senso orario.

2. Calcolare la lunghezza della curva espressa in forma polare da $\rho(\theta) = e^{-2\theta}$ per $\theta \in [0, 1]$.

3. Dire se é semplice e regolare la curva $x(t) = \text{sen}(2t)$, $y(t) = \text{cos}(\frac{\pi}{2} + t)$ con il parametro t che varia in $[0, 2\pi]$.

4. Dire se é esatta la forma

$$\omega(x, y) = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2yx}{(x^2 + y^2)^2} dy.$$

5. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2y + e^x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

6. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2x\sqrt{1 - y^2}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

7. Scrivere l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 3u' + 2u = 0$$

8. Indicato con D il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 2)$, calcolare l'integrale

$$\int_D x(2 - y)^3 dx dy.$$

9. Indicato con D il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare

$$\int_D x^2 dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Studiare la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{3x^2}{x^3 + y^2} dx + \frac{2y}{x^3 + y^2} dy,$$

determinarne il dominio, dire se é esatta ed eventualmente individuarne una primitiva.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 4u' + 5u = e^{2x}.$$

L'equazione ammette soluzioni limitate? (In tal caso scriverle).

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt{1+x^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, y^2 - x^2 \leq 1\}.$$

II compitino di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 20 maggio 2006
Gruppo B - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Parametrizzare sull'intervallo $[0, \pi]$ la curva

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1,$$

percorsa due volte in senso orario.

2. Calcolare la lunghezza della curva espressa in forma polare da $\rho(\theta) = e^{-3\theta}$ per $\theta \in [0, 1]$.

3. Dire se é semplice e regolare la curva $x(t) = \cos(\frac{\pi}{2} + t)$, $y(t) = \sin(2t)$ con il parametro t che varia in $[0, 2\pi]$.

4. Dire se é esatta la forma

$$\omega(x, y) = \frac{2yx}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dy.$$

5. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 3y + e^x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

6. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2x\sqrt{1 - y^2}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

7. Scrivere l'integrale generale dell'equazione

$$u'' + 3u' + 2u = 0$$

8. Indicato con D il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 2)$, calcolare l'integrale

$$\int_D y(2-x)^3 dx dy.$$

9. Indicato con D il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare

$$\int_D y^2 dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Studiare la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2x}{x^2 + y^3} dx + \frac{3y^2}{x^2 + y^3} dy,$$

determinarne il dominio, dire se é esatta ed eventualmente individuarne una primitiva.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 6u' + 10u = e^{3x}.$$

L'equazione ammette soluzioni limitate? (In tal caso scriverle).

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \sqrt{1 + y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, x^2 - y^2 \leq 1\}.$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 30 maggio 2006 (I appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^3 \leq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xe^{x^2+y^2} - x}{2x^2 + 3y^2}.$$

3. Sia $u(x, y) = \log(2 + \operatorname{sen}xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Calcolare l'integrale sulla circonferenza unitaria orientata in senso antiorario della forma differenziale:

$$\omega(x, y) = \frac{y \cos xy}{3 + \operatorname{sen}xy} dx + \frac{x \cos xy}{3 + \operatorname{sen}xy} dy.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 5y + \operatorname{sen}x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Per quali valori del parametro a tutte le soluzioni dell'equazione

$$u'' - 2au' + (a^2 + 1)u = 0$$

sono limitate?

9. Si consideri l'insieme $B = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, y^4 + x^2 \leq 1\}$, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B \sqrt[4]{1 - x^2} dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \arctg((x^2 - 1)^2 + y^2)$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare qualitativamente (esistenza ed unicità locali e su $(0, +\infty)$, andamento, limiti, grafico) la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 - x - 2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T e^{2x^2+3y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 30 maggio 2006 (I appello)
Gruppo B - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x^3 + y^2 \leq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{ye^{x^2+y^2} - y}{3x^2 + 2y^2}.$$

3. Sia $u(x, y) = \log(3 + \operatorname{sen}xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Calcolare l'integrale sulla circonferenza unitaria orientata in senso antiorario della forma differenziale:

$$\omega(x, y) = \frac{y \cos xy}{2 + \operatorname{sen}xy} dx + \frac{x \cos xy}{2 + \operatorname{sen}xy} dy.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y + \operatorname{sen}x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Per quali valori del parametro a tutte le soluzioni dell'equazione

$$u'' - 2au' + (a^2 + 4)u = 0$$

sono limitate?

9. Si consideri l'insieme $B = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, x^4 + y^2 \leq 1\}$, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B \sqrt[4]{1 - y^2} dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \arctg((x^2 - 4)^2 + y^2)$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare qualitativamente (esistenza ed unicità locali e su $(0, +\infty)$, andamento, limiti, grafico) la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 - x - 3, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T e^{3x^2+2y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 3x^2 + 2y^2 \leq 1\}.$$

Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 30 maggio 2006 (I appello)
Gruppo C - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x^3 + y^2 \geq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xe^{x^2+y^2} - x}{5x^2 + 6y^2}.$$

3. Sia $u(x, y) = \log(2 + \cos xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Calcolare l'integrale sulla circonferenza unitaria orientata in senso antiorario della forma differenziale:

$$\omega(x, y) = \frac{y \sin xy}{3 + \cos xy} dx + \frac{x \sin xy}{3 + \cos xy} dy.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 5y + \cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Per quali valori del parametro a tutte le soluzioni dell'equazione

$$u'' - 2au' + (a^2 + 9)u = 0$$

sono limitate?

9. Si consideri l'insieme $B = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, y^4 + x^2 \leq 4\}$, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

Gruppo C - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \arctg(x^2 + (y^2 - 1)^2)$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare qualitativamente (esistenza ed unicità locali e su $(0, +\infty)$, andamento, limiti, grafico) la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 - x - 4, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T e^{5x^2+4y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 5x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 30 maggio 2006 (I appello)
Gruppo D - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^3 \geq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{ye^{x^2+y^2} - y}{5x^2 + 6y^2}.$$

3. Sia $u(x, y) = \log(3 + \cos xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Calcolare l'integrale sulla circonferenza unitaria orientata in senso antiorario della forma differenziale:

$$\omega(x, y) = \frac{y \sin xy}{2 + \cos xy} dx + \frac{x \sin xy}{2 + \cos xy} dy.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y + \cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

8. Per quali valori del parametro a tutte le soluzioni dell'equazione

$$u'' - 2au' + (a^2 + 16)u = 0$$

sono limitate?

9. Si consideri l'insieme $B = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, x^4 + y^2 \leq 4\}$, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B \sqrt[4]{4 - y^2}.$$

Gruppo D - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \arctg(x^2 + (y^2 - 4)^2)$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare qualitativamente (esistenza ed unicità locali e su $(0, +\infty)$, andamento, limiti, grafico) la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 - x - 5, \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T e^{5x^2+7y^2} dx dy, \quad T = \{(x, y) \mid 5x^2 + 7y^2 \leq 1\}.$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 21 giugno 2006 (II appello)
Gruppo A - Parte I**

 Cognome:

Nome:

 Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y^2 - \arctg^2 x \leq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \log(x^2 + y^2)}{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

3. Sia $u(x, y) = 3^{x+y^2}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Scrivere una parametrizzazione del segmento $[(2, 3), (5, 7)]$ sull'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1 + y^2)\operatorname{arctgy}, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u''' - 5u'' + 12u' - 8u = e^x.$$

9. Sia B il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B (x^2 + 2xy) dx dy.$$

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + e^{y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2x + 2}{x^2 + 2x + 1 - y} dx - \frac{1}{x^2 + 2x + 1 - y} dy$$

3. Calcolare l'integrale triplo

$$\int_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4}} dx dy dz, \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 21 giugno 2006 (II appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq y^2 - \arctg^2 x\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \log(2x^2 + 3y^2)}{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

3. Sia $u(x, y) = 3^{x^2+y}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Scrivere una parametrizzazione del segmento $[(3, 2), (7, 5)]$ sull'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3x^2(1 + y^2)\operatorname{arctgy}, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u''' - 3u'' + 4u' + 8u = e^{-x}.$$

9. Sia B il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B (y^2 + 2xy) dx dy.$$

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + e^{y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 1 - 2y} dx - \frac{2}{x^2 + 3x + 1 - 2y} dy$$

3. Calcolare l'integrale triplo

$$\int_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 9}} dx dy dz, \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 21 giugno 2006 (II appello)
Gruppo C - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y^2 - e^{2x} \leq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \log(2x^2 + 5y^2)}{\operatorname{tg} \sqrt{4x^2 + 4y^2}}.$$

3. Sia $u(x, y) = 5^{x+y^2}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Scrivere una parametrizzazione del segmento $[(1, 2), (5, 7)]$ sull'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x^2(1 + y^2)\operatorname{arctg}y, \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u''' - 5u'' + 9u' - 5u = e^x.$$

9. Sia B il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B (3x^2 + 2xy) dx dy.$$

Gruppo C - Parte II

1. Sia $u(x, y) = 3y^4 + 4y^3 - 12y^2 + e^{x^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{1}{y^2 + 2y + 1 - x} dx + \frac{2y + 2}{y^2 + 2y + 1 - x} dy$$

3. Calcolare l'integrale triplo

$$\int_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 16}} dx dy dz, \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 21 giugno 2006 (II appello)
Gruppo D - Parte I

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid y^2 - e^{2x} \geq 0\}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \log(5x^2 + 2y^2)}{\operatorname{tg} \sqrt{4x^2 + 4y^2}}.$$

3. Sia $u(x, y) = 5^{x^2+y}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di u nel punto $(0, 0)$.

6. Scrivere una parametrizzazione del segmento $[(2, 1), (7, 5)]$ sull'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x^2(1 + y^2) \operatorname{arctg} y, \\ y(0) = 5. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u''' - 3u'' + u' + 5u = e^{-x}.$$

9. Sia B il quarto di circonferenza unitaria contenuto nel primo quadrante, calcolare l'integrale doppio:

$$\int_B (3y^2 + 2xy) dx dy.$$

Gruppo D - Parte II

1. Sia $u(x, y) = 3y^4 - 4y^3 - 12y^2 + e^{x^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{2}{y^2 + 3y + 1 - 2x}dx + \frac{2y + 3}{y^2 + 3y + 1 - 2x}dy$$

3. Calcolare l'integrale triplo

$$\int_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 25}} dx dy dz, \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 11 luglio 2006 (III appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \min\{\sin x, 0\} \leq y \leq \max\{\sin x, 0\}\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \operatorname{tg}(x + y)$

3. Sia $u(x, y) = 3^{\cos(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, é vero che $u(x, y) - 3$ é $o(\|(x, y)\|)$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$?

6. Sia γ l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ scrivere una parametrizzazione della parte di γ contenuta nel primo e quarto quadrante .

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2)/y \log(1 + y^2), \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 4u' + 3u = e^{-x}.$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = x^2$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(1, -1)$.

Gruppo A - Parte II

1. Calcolare il massimo ed il minimo della funzione $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) \mid 2 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{2x}{(1 + (x^2 + y^2 - 3)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 3)}dx - \frac{2y}{(1 + (x^2 + y^2 - 3)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 3)}dy.$$

3. Calcolare l'area del sottoinsieme T del primo quadrante contenuto tra le iperboli di equazione $yx = 1$ e $yx = 2$ e tra le rette di equazione $y = x + 2$ e $y = x + 3$.

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 11 luglio 2006 (III appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \min\{\cos x, 0\} \leq y \leq \max\{\cos x, 0\}\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = tg(x - y)$

3. Sia $u(x, y) = 3^{\cos(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia γ l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ scrivere una parametrizzazione della parte di γ contenuta nel secondo e terzo quadrante .

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2)/y \log(1 + y^2), \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 4u = e^{2x}.$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = y^2$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(-1, 1)$.

Gruppo B - Parte II

1. Calcolare il massimo ed il minimo della funzione $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) \mid 2 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{2x}{(1 + (x^2 + y^2 - 4)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 4)}dx - \frac{2y}{(1 + (x^2 + y^2 - 4)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 4)}dy.$$

3. Calcolare l'area del sottoinsieme T del primo quadrante contenuto tra le iperboli di equazione $yx = 2$ e $yx = 3$ e tra le rette di equazione $y = x + 3$ e $y = x + 4$.

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 11 luglio 2006 (III appello)
Gruppo C - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \min\{2\sin x, 0\} \leq y \leq \max\{2\sin x, 0\}\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \operatorname{tg}(2x + y)$

3. Sia $u(x, y) = 3^{\sin(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, è vero che $u(x, y) - 1 - (x + y)\log 3$ è $o(|(x, y)|)$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$?

6. Sia γ l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ scrivere una parametrizzazione della parte di γ contenuta nel terzo quadrante .

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2)/y \log(1 + y^2), \\ y(0) = 5. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' + 2u' - 3u = e^{3x}.$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = x^2$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(-1, 1)$.

Gruppo C - Parte II

1. Calcolare il massimo ed il minimo della funzione $f(x, y) = 4x^2 + 5y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 5\}$.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{2x}{(1 + (x^2 + y^2 - 9)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 9)}dx - \frac{2y}{(1 + (x^2 + y^2 - 9)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 9)}dy.$$

3. Calcolare l'area del sottoinsieme T del primo quadrante contenuto tra le iperboli di equazione $yx = 2$ e $yx = 3$ e tra le rette di equazione $y = x + 4$ e $y = x + 5$.

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 11 luglio 2006 (III appello)
Gruppo D - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \min\{2\cos x, 0\} \leq y \leq \max\{2\cos x, 0\}\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \operatorname{tg}(2x - y)$

3. Sia $u(x, y) = 3^{\operatorname{sen}(x+y)}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di u del secondo ordine nel punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

6. Sia γ l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ scrivere una parametrizzazione della parte di γ contenuta nel secondo quadrante.

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2)/y \log(1 + y^2), \\ y(0) = 6. \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 3u' - 10u = e^{2x}.$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = y^2$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(1, -1)$.

Gruppo D - Parte II

1. Calcolare il massimo ed il minimo della funzione $f(x, y) = 5x^2 + 4y^2$ sul dominio $D = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 5\}$.

2. Studiare l'esattezza ed eventualmente determinare tutte le primitive della forma differenziale

$$\omega(x, y) = -\frac{2x}{(1 + (x^2 + y^2 - 16)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 16)}dx - \frac{2y}{(1 + (x^2 + y^2 - 16)^2)\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - 16)}dy.$$

3. Calcolare l'area del sottoinsieme T del primo quadrante contenuto tra le iperboli di equazione $yx = 1$ e $yx = 2$ e tra le rette di equazione $y = x + 4$ e $y = x + 5$.

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 settembre 2006 (IV appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \sin x \leq y \leq \cos x\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\operatorname{tg}(2x-y)}$

3. Sia $u(x, y) = x^{\pi y}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(1, 0)$?

6. Scrivere in forma parametrica la curva $y = 2x^2 + 1$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla circonferenza di centro l'origine e raggio 2.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^4)/2y, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = y$ nella semicirconferenza di centro $(1, 0)$ e raggio 1 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{x}{1+x^2+y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni di

$$y'' - 4y' + 8y = e^x$$

che valgono 1 in 0.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \text{sen}(x - y) \cos(x + y) dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 settembre 2006 (IV appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \cos x \leq y \leq \sin x\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\operatorname{tg}(2y-x)}$

3. Sia $u(x, y) = y^{\pi x}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(0, 1)$?

6. Scrivere in forma parametrica la curva $x = 2y^2 + 1$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla circonferenza di centro l'origine e raggio 3.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^4)/2y, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = y$ nella semicirconferenza di centro $(2, 0)$ e raggio 2 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{y}{1+x^2+y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni di

$$y'' - 6y' + 18y = e^x$$

che valgono 1 in 0.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \text{sen}(x+y)\cos(x-y)dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 settembre 2006 (IV appello)
Gruppo C - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \sin y \leq x \leq \cos y\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\operatorname{tg}(2x+y)}$

3. Sia $u(x, y) = x\sqrt{3}y$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(1, 0)$?

6. Scrivere in forma parametrica la curva $y = x^2 + 2$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla circonferenza di centro l'origine e raggio 4.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3x^2(1 + y^4)/2y, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = x$ nella semicirconferenza di centro $(0, 1)$ e raggio 1 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo C - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{3x}{1+x^2+y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni di

$$y'' - 8y' + 32y = e^x$$

che valgono 1 in 0.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T (x - y)^2 (x + y)^3 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 25 settembre 2006 (IV appello)
Gruppo D - Parte I**

Cognome:

Nome:

Matricola:

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid \cos y \leq x \leq \sin y\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\operatorname{tg}(2y+x)}$

3. Sia $u(x, y) = y^{\sqrt{3}x}$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(0, 1)$?

6. Scrivere in forma parametrica la curva $x = y^2 + 2$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla circonferenza di centro l'origine e raggio 5.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3x^2(1 + y^4)/2y, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = x$ nella semicirconferenza di centro $(0, 2)$ e raggio 2 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo D - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{5y}{1+x^2+y^2}$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u , il $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} u(x, y)$. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni di

$$y'' - 10y' + 50y = e^x$$

che valgono 1 in 0.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T (x+y)^2(x-y)^3 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 10 gennaio 2007 (V appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x \leq \log y \leq 2x\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\log(xy)}$

3. Sia $u(x, y) = x^{\pi y} + x$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(1, 0)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(1, 0)$?

6. Scrivere in forma polare la curva $y = 3x^2$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x(3 + y), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = xy$ nella semicirconferenza di centro $(1, 0)$ e raggio 1 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 - 2y^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u . Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni y di

$$y''' - y' = 0$$

tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 2$.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T e^{x-y}(x+y)^2 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 10 gennaio 2007 (V appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid x \leq e^y \leq 2x\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\log x^2 y}$

3. Sia $u(x, y) = y^{\pi x} + y$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(0, 1)$?

6. Scrivere in forma polare la curva $x = 2y^2$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 3 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (9 + y)2x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = yx$ nella semicirconferenza di centro $(2, 0)$ e raggio 2 contenuta nel primo quadrante.

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = \frac{y^4}{4} - y^3 + y^2 - 2x^2$ determinare i punti critici di u e la loro natura, studiare la regolarità degli insiemi di livello di u . Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare tutte le soluzioni y di

$$y''' - 4y' = 0$$

tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$.

3. Sia T il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(1, -1)$, $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, calcolare l'integrale doppio

$$\int_T \log(x - y)(x + y)^2 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 29 gennaio 2007 (VI appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq \log(xe^y) \leq 2\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\sin(\log(xy))+2}$

3. Sia $u(x, y) = \sin(\frac{x}{y})$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(0, 1)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(0, 1)$?

6. Disegnare la curva espressa in forma polare da $\rho(\theta) = \frac{2}{\pi}\theta$, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{y}{x^2 + y^2} dx - \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x(4 + y^2), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = xy$ sul triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 2)$.

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = x^2 \log(x^2 + y^2)$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ ed $u(0, 0) = 0$. Dire se u é continua e/o differenziabile nel punto $(0, 0)$. Determinare i punti critici di u e la loro natura. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare i valori dei parametri a e b per i quali tutte le soluzioni y di

$$y'' - 2ay' + (a^2 + b^2)y = 0$$

sono limitate.

3. Sia T il dominio del semipiano $\{0 < x\}$ delimitato dall'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ e dall'asse y . Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T xy^4 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 29 gennaio 2007 (VI appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq e^{-x+\log y} \leq 2\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{\cos(\log(x^2y))+3}$

3. Sia $u(x, y) = \cos(\frac{x}{y})$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{2}, 1)$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\pi}{2}, 1)$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(\frac{\pi}{2}, 1)$.

6. Disegnare la curva espressa in forma polare da $\rho(\theta) = \frac{1}{\pi}\theta$, $\theta \in [0, \pi]$.

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{y}{x^2 + y^2} dx - \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 3 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(9 + y^2), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = xy$ sul triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 0)$.

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = y^2 \log(x^2 + y^2)$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ ed $u(0, 0) = 0$. Dire se u é continua e/o differenziabile nel punto $(0, 0)$. Determinare i punti critici di u e la loro natura. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti.

2. Determinare i valori dei parametri a e b per i quali almeno una soluzione y di

$$y'' - 2ay' + (a^2 + b^2)y = 0$$

non é limitata.

3. Sia T il dominio del semipiano $\{0 < y\}$ delimitato dall'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ e dall'asse x . Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T x^4 y dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 13 febbraio 2007 (VII appello)
Gruppo A - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq \log \frac{y}{x} \leq 2\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{1-x^2/y^2}$

3. Sia $u(x, y) = 1 + \sin^2(xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

6. Scrivere in forma polare e in forma parametrica la retta $y = 2x$

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$2ydx - 3xdy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3y + e^x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = xy$ sul triangolo di vertici $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$.

Gruppo A - Parte II

1. Sia $u(x, y) = x^3 - x + xy^2$. Determinare i punti critici di u e la loro natura. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti. Studiare la regolarità degli insiemi di livello di u e tracciare un grafico approssimativo della funzione.

2. Studiare qualitativamente il problema di Cauchy $y' = \operatorname{arctg} y^2$, $y(0) = 1$. In particolare dire se la soluzione esiste localmente e poi se è globale. Studiarne crescita e convessità, tracciarne un grafico approssimativo.

3. Sia T il dominio del semipiano $\{0 < x\}$ delimitato dalle ellissi di equazione $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ e $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 2$. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T xy^4 dx dy$$

**Esame di Analisi Matematica II per il Corso di Laurea in Ingegneria Edile
A.A. 2005-2006, 13 febbraio 2007 (VII appello)
Gruppo B - Parte I**

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

1. Disegnare il dominio D tratteggiando il bordo e scurendo la parte interna

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq e^{\frac{y}{x}} \leq 2\}.$$

2. Determinare il dominio della funzione $u(x, y) = \frac{1}{2-x^2/y^2}$

3. Sia $u(x, y) = 1 + \cos^2(xy)$, calcolare il gradiente di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

4. Sia u la funzione dell'esercizio precedente calcolare la matrice Hessiana di u in un punto generico e poi nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

5. Sia u la funzione dei due esercizi precedenti, calcolare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di u nel punto $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{2})$.

6. Scrivere in forma polare e in forma parametrica la retta $y = 3x$

7. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$3ydx - 2xdy$$

sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio 2 contenuta nel semipiano $0 \leq x$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3y + \sin x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

9. Calcolare l'integrale doppio di $\varphi(x, y) = xy$ sul triangolo di vertici $(0, -1)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.

Gruppo B - Parte II

1. Sia $u(x, y) = y^3 - y + yx^2$. Determinare i punti critici di u e la loro natura. Dire (motivando l'affermazione) se u ammette massimi o minimi assoluti. Studiare la regolarità degli insiemi di livello di u e tracciare un grafico approssimativo della funzione.

2. Studiare qualitativamente il problema di Cauchy $y' = \arctg y^2$, $y(0) = -1$. In particolare dire se la soluzione esiste localmente e poi se é globale. Studiarne crescita e convessità, tracciarne un grafico approssimativo.

3. Sia T il dominio del semipiano $\{0 < y\}$ delimitato dalle ellissi di equazione $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ e $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 2$. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T x^4 y dx dy$$