

# Amalini Matematica I

A.A. 2011/2012

Pit Stop I

• Tempo di svolgimento: 2 ore

• Strumenti: penna o matita

• Nessun contatto con colleghi

• Non si possono usare Libri o Appunti.

1) Risolvere la diseq.

$$(x-2)^2 - 2 < 8 - (x+1)^2$$

2) Risolvere la diseq.

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 10} > 0$$

3) Risolvere la diseq.

$$\log_{10} \left[ \frac{x-1}{5} - \frac{x+1}{2} \right] < 0$$

4) Mostrare che  $\sqrt{12}$  non è un numero razionale.

5) Cosa vuol dire che  $\mathbb{Q}$  è denso in  $\mathbb{R}$ ?

6) L'insieme  $\{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$  è limitato dal  
basso e/o dall'alto? Perché?

7) Quale è l'estremo inferiore dell'insieme  
 $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 \leq 2\}$ ?

È anche il minimo?

Quale è l'estremo superiore? È anche il massimo?

Com'è facile se invece consideriamo

$$\{x \in \mathbb{R} : 1 < x^2 \leq 2\}$$

oppure

$$\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 < 2\}?$$

8) Mostrare per induzione che:

$$i) \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(ii)  $\forall a \neq 1$

$$1 + a + a^2 + \dots + a^m = \frac{1 - a^{m+1}}{1 - a}$$

9) Nel polinomio

$$p(x, y) = (x + y)^{100}$$

calcolare il coefficiente di  
 $x^{98}y^2$

10) Calcolare le radici 4<sup>e</sup> (complesse) di  $z = 1 - i$ .