	A	В	\mathbf{C}	D	E	
--	---	---	--------------	---	---	--

1	00000
2	
3	
4	
5	
6	0000

1. Se
$$f(x) = e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}}$$
 allora $f'(x) =$
A: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{2(1+x)^{\frac{1}{2}}}$. B: $\frac{1}{2}e^{(1+x)^{-\frac{1}{2}}}$. C: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}}$. D: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2(1+x)^{\frac{1}{2}}}$.

2. Quando
$$x \to 0$$
 la funzione $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}} - e$
A: è $o(\frac{e}{2}x)$. B: è $o(x)$. C: è $o(x^2)$. D: è $O(x)$.

3. Quale tra i seguenti è il dominio della funzione $\log(|\log(\sin x)|)$? A: $(0,\pi) + 2k\pi$. B: $(0,\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2},\pi] + 2k\pi$. C: $(0,\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2},\pi) + 2k\pi$.

D: $(0, \pi] + 2k\pi$.

- 4. Il limite della successione $\sqrt[3]{(n-1)^3+5}-n$ A: è 0. B: è $+\infty$. C: è -1. D: $\not \equiv$.
- 5. Se $f(x) = e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}}$ allora $f''(x) = A: -\frac{1}{4}e^{(1+x)^{-\frac{3}{2}}}$. B: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}}$. C: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2(1+x)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{4(1+x)^{\frac{3}{2}}}$. D: $e^{(1+x)^{\frac{1}{2}}}((\frac{1}{2(1+x)^{\frac{1}{2}}})^2 \frac{1}{4(1+x)^{\frac{3}{2}}})$
- 6. Nel piano Cartesiano, l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-7) \ arctg(x^2+y^2-16) = 0, \\ (y-3) \ arctg(16-x^2-y^2) = 0, \end{array} \right.$$

è rappresentato da

A: 1 punto. B: Una circonferenza ed un punto esterno ad essa.

C: Infinite circonferenze distinte ma concentriche. D: 5 punti.

Parte B

1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = |x^3 + 1|$. In particolare si discutano la limitatezza, la derivabilità e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Calcolare, riportando i dettagli rilevanti,

$$\lim_{n \to +\infty} (1 + arctg\frac{1}{n})^n.$$

3. Determinare il primo coefficente di Taylor di $\sin(x+x^3)$ diverso dal corrispondente coefficiente di Taylor di $\sin(x)$.

A	В	С	D	Ε	

1	$\bullet \circ \circ \circ \circ$
2	
3	
4	
5	
6	

A	В	\mathbf{C}	D	\mathbf{E}	

1	00000
2	
3	0000
4	00000
5	
6	00000

1. Sia
$$\alpha \neq 0, 1$$
 ed $f(x) = \sqrt{1 + x^{\alpha}}$ allora $f''(x) =$

A:
$$\frac{-\alpha x^{\alpha-1}}{2(1+x^{\alpha})}$$
. B: $\frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^{\alpha-2}$. C: $\frac{1}{2}\frac{-\alpha x^{\alpha-1}}{1+x^{\alpha}} + \alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2}$. D: $\frac{\alpha}{2}(\alpha-1)\frac{x^{\alpha-2}}{\sqrt{1+x^{\alpha}}} - (\frac{\alpha}{2})^2 \frac{x^{2(\alpha-1)}}{(1+x^{\alpha})\sqrt{1+x^{\alpha}}}$

2. Il limite della successione
$$n^2(\frac{1}{n} - \log(1 + \frac{1}{n}))$$

A: è 1. B: è 0. C: è
$$+\infty$$
. D: è $\frac{1}{2}$.

3. Sia
$$\alpha \neq 0, 1$$
 ed $f(x) = \sqrt{1 + x^{\alpha}}$ allora $f'(x) = \sqrt{1 + x^{\alpha}}$

A:
$$\frac{\alpha}{2}x^{\alpha-1}$$
. B: $\frac{\alpha}{2}\frac{x^{\alpha-1}}{\sqrt{1+x^{\alpha}}}$. C: $\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+x^{\alpha}}}+\alpha x^{\alpha-1}$. D: $\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+x^{\alpha}}}$.

4. Per $\alpha=2$ quale è il primo termine diverso da 0 nello sviluppo di Taylor della funzione $\sqrt{1+x^{\alpha}}-1$ quando $x\to 0$? (Attenzione: il primo termine corrisponde alla funzione, il secondo alla derivata prima, etc. etc.)

A: Un termine successivo al terzo. B: Il primo. C: Il secondo. D: Il terzo.

5. Quale, tra i seguenti, è l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$arctg(x)\sin(2\pi\frac{x^2}{x^2+1}) > 0?$$

A:
$$(-\infty, -1) \cup (0, 1)$$
.

B:
$$(-\infty, -1] \cup (0, 1]$$
. C: $(-1, 1)$. D: $(0, +\infty)$.

6. Quale tra i seguenti è il dominio della funzione $\tan(\pi \frac{x}{2})$?

$$A\colon R\setminus\{-1,1\}. \quad B\colon R\setminus\{2k+1\ :\ k\in Z\}.$$

C:
$$R \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in Z\}$$
. D: $R \setminus \{4k + 1 : k \in Z\}$.

Parte B

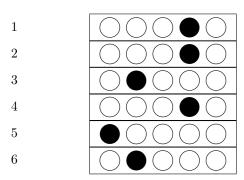
1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{1+x^2}$. In particolare si discutano la limitatezza, la derivabilità e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Determinare tutti i numeri α e β positivi per i quali

$$\lim_{n \to +\infty} (1 + \frac{1}{n^{\alpha}})^{n^{\beta}} = 1.$$

3. Determinare lo sviluppo di Taylor di grado 5 di $\frac{1}{1+x+x^3}$ nel punto 0.

A B C D E	A	В	С	D	\mathbf{E}
-----------	---	---	---	---	--------------



А В С	D E
-------	-----

1	00000
2	00000
3	
4	
5	
6	0000

1. Di quale tra i seguenti polinomi sono radici i numeri 1 + i ed 1 - i?

A:
$$x^2 - i$$
. B: $x^2 - 1$. C: $x^2 - 2x + 2$.

D:
$$x^2 - 1 - i$$
.

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \big(\frac{(-1)^n}{n} + \frac{1}{n^2}\big)$

A: è indeterminata. B: converge.

C: è a termini positivi. D: diverge.

3. Quale tra i seguenti è l'integrale generale dell'equazione

$$\frac{1}{5}u'' - 5u = 0?$$

A:
$$\{c_1e^{5x} + c_2e^{-5x} : c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}.$$

B:
$$\{c_1(e^{5x}\cos 5x + e^{5x}\sin 5x) : c_1 \in \mathbb{R}\}$$
. C: $\{c_1e^{5x}\cos 5x + c_2e^{5x}\sin 5x : c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$. D: $\{c_1(e^{5x} + e^{-5x}) : c_1 \in \mathbb{R}\}$.

4. Se
$$u(x) = \int_0^x arctg(t)dt$$
 allora $u'(1)$

A: è uguale a 0. B: è uguale a
$$\frac{\pi}{4}$$
. C: non si può calcolare. D: è uguale a $\frac{\pi}{4} + c$.

5. Sia
$$1 < n$$
, l'integrale $\int_{-\frac{1}{n}}^{1} arctg(t)dt$

A: è positivo. B: è negativo. C: è nullo perchè la funzione integranda è dispari. D: non ha senso perchè la funzione integranda cambia segno.

6. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$

A: converge. B: diverge. C: non ha senso perchè è impossibile calcolare la primitiva nel punto $+\infty$. D: non esiste.

1. Calcolare $\tan(\frac{\pi}{10})$ con un errore dell'ordine di 10^{-5} .

2. Determinare i valori del parametro $0<\alpha$ per cui diverge la serie

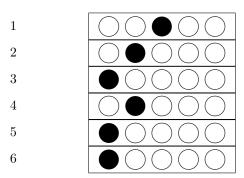
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{\pi}{2} - arctgn^{\alpha}).$$

3. Calcolare

$$\int_{1}^{2} \frac{\log^{2} x}{x(1 + \log^{2} x)^{2}} dx$$

$\mathrm{CODICE} = 081591$

A	В	\mathbf{C}	D	\mathbf{E}



_

1	0000
2	00000
3	00000
4	00000
5	00000
6	00000
7	00000
8	00000
9	0000

$$1. \lim_{x \to 0^+} \frac{arctgx}{x^{3/2}}$$

A: è 0. B: è 1. C: è
$$+\infty$$
.

D: è
$$\frac{3}{2}$$
. E: $\not\exists$.

2. Quale tra i seguenti è l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 2u' + u = 0?$$

A:
$$\{c_1e^x : c_1 \in \mathbb{R}\}$$
. B: $\{c_1(e^x + xe^x) : c_1 \in \mathbb{R}\}$. C: n.p. D: $\{c_1e^x + c_2e^{x^2} : c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$.

3. La serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} = \frac{(-1)^n}{2n+2}$$

A: converge. B: Tutte le altre affermazioni sono sbagliate. C: non verifica la condizione necessaria per la convergenza. D: diverge. E: converge assolutamente.

4.
$$\int_0^{\pi/4} \frac{2tgx(1+tg^2x)}{1+tg^4x} dx =$$

A: diverge. B:
$$\frac{\pi}{4}$$
.

C:
$$\frac{\pi}{2}$$
. D: $\log 2$ E: n.p..

5. Se
$$f(x) = \sin^2 e^x$$
 allora $f''(x) =$

A:
$$2e^x \sin e^x \cos e^x + 2e^{2x} \cos^2 e^x - 2e^{2x} \sin^2 e^x$$
. B: $2e^x \sin e^x \cos e^x + 2e^x \cos^2 e^x - 2e^x \sin^2 e^x$. C: $2\cos^2 e^x - 2\sin^2 e^x$. D: n.p. E: $2e^x \cos e^x$.

6. Se
$$f(x) = \sin^2 e^x$$
 allora lo sviluppo di Taylor di $f(x) - \sin^2 1 - 2x \sin 1 \cos 1$

A: Tutte le altre affermazioni sono sbagliate. B: Inizia con un termine di primo grado. C: Inizia con un termine di secondo grado. D: Non ha senso perchè $f(0) \neq 0$. E: Inizia con una costante.

7. La successione
$$a_n = \frac{1}{n+5}$$
?

A: è
$$o(1/n)$$
 perchè $n < n + 5$. B: è fortemente equivalente a $1/n$.

C: non è un infinitesimo perchè $0 \neq n+5$. D: Tutte le altre affermazioni sono sbagliate. E: è $o(1/n^2)$.

8. Quale tra i seguenti insiemi rappresenta il dominio della funzione

$$\frac{1}{1 - \log^2 x}$$

A: n.p. B:
$$\mathbb{R}^+ \setminus \{e, \frac{1}{e}\}.$$

C:
$$\mathbb{R}^+$$
. D: $\mathbb{R}^+ \setminus \{e\}$. E: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

9. Se
$$f(x) = \sin^2 e^x$$
 allora $f'(x) =$

A: n.p. B:
$$2\sin e^x \cos e^x + e^x \sin^2 e^x$$
. C: $2e^x \sin e^x$. D: $2e^x \sin e^x \cos e^x$. E: $2\sin e^x \cos e^x$.

Parte B

1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = |\log x|$. In particolare si discutano la limitatezza, la derivabilità e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Studiare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} tg(1-\cos\frac{1}{n}).$$

3. Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

Α	В	С	D	Е	
11	יי	\sim	רב		

1	\bigcirc
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

A	В	С	D	E	

1	00000
2	00000
3	
4	
5	0000
6	0000
7	00000
8	00000
9	0000

1. Se $f(x) = e^{\sin^2 x}$ allora f''(x) =

A: n.p. B: $e^{\sin^2 x}$. C: $2e^{\sin^2 x} + 2\cos x e^{\sin^2 x}$. D: $2\cos^2 x \ e^{\sin^2 x} - 2\sin^2 x \ e^{\sin^2 x} + 4\sin^2 x \cos^2 x \ e^{\sin^2 x}$.

E:
$$e^{\sin^2 x} + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x$$
.

2. Quale tra i seguenti è lo sviluppo di Taylor del secondo ordine in 0 di $f(x) = e^{\sin^2 x}$

A:
$$1 + x^2 + o(x^2)$$
. B: $1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. C: $1 + \sin^2 x + o(x^2)$. D: n.p.. E: $e^{\sin^2 x} + 2\sin x \cos x \ e^{\sin^2 x} + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.

3. Quale tra i seguenti insiemi rappresenta il dominio della funzione

$$\log(\frac{1}{3-x^2}).$$

A: \mathbb{R}^+ . B: n.p. C: $(-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3})$. D: $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$. E: $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$.

4. Se
$$f(x) = e^{\sin^2 x}$$
 allora $f'(x) = e^{\sin^2 x}$

A: $e^{\sin^2 x} + 2\sin x \cos x$. B: $2\sin x \cos x e^{\sin^2 x}$.

C:
$$2 \sin x e^{\sin^2 x}$$
. D: n.p. E: $e^{\sin^2 x}$.

5. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} = \frac{n-1}{n}$

A: è indeterminata. B: diverge. C: Tutte le altre affermazioni sono sbagliate. D: converge. E: converge perchè n-1 < n.

6. Quale tra i seguenti è l'integrale generale dell'equazione

$$u'' - 4u' + 5u = 0?$$

A: $\{c_1 \sin(e^{2x}) + c_2 \cos(e^{2x}) : c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$. B: n.p. C: $\{c_1(e^{2x} \sin x + e^{2x} \cos x) : c_1 \in \mathbb{R}\}$. D: $\{c_1e^{2x} \sin x + c_2e^{2x} \cos x\}$: $c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$. E: $\{c_1e^{2x} + c_2 \sin x + c_3 \cos x\}$: $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}\}$.

7.
$$\int_{5}^{10} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}} dx =$$

A: n.p.. B: $\frac{16}{3}$. C: diverge. D: $-\frac{32}{3}$ E: $\frac{32}{3}$.

8. Il limite $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(x^3+3x^2+2x)}{x^{\alpha}} = 2$ se e solo se

A:
$$n.p.$$
. B: $1 \le \alpha \le 3$. C: $\alpha = 1$.

D:
$$\alpha = 2$$
. E: $\alpha = 3$.

9. Quale tra le seguenti successioni è $o(\sin(\frac{1}{n^2}))$?

A:
$$\frac{1}{n^2 + 5}$$
. B: $\frac{1}{n^2}$. C: $\frac{1}{n}$. D: $\frac{1}{n^3}$.

Parte B

1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = xe^{-(x-1)^2}$. In particolare si discutano la limitatezza e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

 ${\bf 2.}\,$ Studiare (discutere il segno del termine generale, convergenza e convergenza assoluta) la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{2^n}.$$

3. Calcolare

$$\int \frac{\cos x}{1 + \sin^3 x} dx.$$

Α	В	С	D	Ε	
	_	_	_	_	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	