

Complementi di Analisi Matematica
C.d.L. Specialistica Ingegneria Gestionale a.a. 2004/2005
21 aprile 2005

(1) Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

a. $x^2 y'' + 3xy' + 2y = 0$

b.
$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = e^{3x} \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

c. $2xydx + (1 + x^2)dy = 0$

d.
$$\begin{cases} y' + y(x^2 + 1) = 0 \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

e. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{5}{2}x^2 y^3$

(2) Dato il sistema:

$$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = 9x + y \end{cases}$$

1. determinare i punti stazionari e studiarne la stabilita';
2. determinare tutte le soluzioni del sistema.

(3) Utilizzando il metodo della trasformata di Laplace risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2y' + 5y = 3e^{-2x}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$$

(4) Risolvere per serie in un intorno di $x = 0$ la seguente equazione differenziale:

$$8x^2 y'' + 10xy' + (x - 1)y = 0$$

(5) Si trovino gli autovalori e le autofunzioni del problema:

$$y'' - 4\lambda y' + 4\lambda^2 y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y(1) + y'(1) = 0$$

(6) Risolvere le seguenti equazioni alle derivate parziali dove $z = z(x, y)$:

a. $xz_x + z_y = 1; \quad z(1, y) = e^{-y}$

b. $z_{x,y} = \sin y; \quad z(x, 0) = x$

c. $xz_x + y^{-1}z_y = 1 \quad z(x, 0) = 5 - x$

(7) Si scrivano i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di una funzione $f(x)$ periodica di periodo T , regolare a tratti nell'intervallo $-T/2 \leq x \leq T/2$, pari.