

**Complementi di Analisi Matematica**  
**C.d.L. Specialistica Ingegneria Gestionale a.a. 2005/2006**

- (1) Dopo aver verificato che  $y = x$  è soluzione di

$$(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

se ne determini un integrale generale.

Si determini poi l'integrale generale dell'equazione:

$$(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2 - 1)^2$$

- (2) Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$xy' - 4y - x \ln(x + 1)\sqrt{y} = 0$$

che verificano la condizione  $y(1) = 1$  e quelle che verificano  $y(1) = 0$ .

- (3) Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$y'' - y = x^2 e^x$$

- (4) Si studi la natura dei punti critici del sistema:

$$\begin{cases} x' &= -x + x^2 y \\ y' &= 2 - 2y \end{cases}$$

tracciando un grafico approssimativo delle orbite.

- (5) Trovare la soluzione  $z(x, y)$  delle seguenti equazioni differenziali alle derivate parziali:

a.  $xz_x + z_y - xz = x; \quad z(e, y) = y - 2$

b.  $xz_x = yz_y; \quad z(x, x) = x^2$

c.  $z_{xy} = e^x \sin(y); \quad z_x(x, 0) = \ln(x)$

- (6) Il problema di Cauchy: enunciare i risultati di esistenza ed unicità.