

**Complementi di Analisi Matematica**  
**C.d.L. Specialistica Ingegneria Gestionale a.a. 2005/2006**  
**27 aprile 2006**

1. (9 punti) Trovare le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali:

a)  $y'' - y = xe^x$

b)  $y' + 2xy + xy^3 = 0$

c)  $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}$

2. (6 punti) Integrare per serie in un intorno di  $x_0 = 0$  l'equazione differenziale

$$xy'' + 2y' + x^2y = 0$$

3. (6 punti) Dato il sistema:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -5x - 2y \end{cases}$$

(a) facendo uso della trasformata di Laplace determinarne la soluzione che verifica i dati iniziali  $x(0) = 0$  e  $y(0) = 1$ ;

(b) stabilire la natura dei punti critici e tracciare un grafico approssimativo delle orbite.

4. (5 punti) Trovare la soluzione  $z(x, y)$  della seguente equazione differenziale alle derivate parziali:

$$\begin{cases} z_x + 5yx^2z_y = z + 2 \\ z(0, y) = y + 2 \end{cases}$$

5. (3 punti) Classificare la seguente equazione differenziale alle derivate parziali:

$$z_{xx} = z_{yy} + z_x + z$$

6. (4 punti) Dimostrare la proprietà di ortogonalità degli autovalori di un problema di Sturm-Liouville regolare.