

**Complementi di Analisi Matematica**  
**C.d.L. Specialistica Ingegneria Gestionale a.a. 2005/2006**

- (1) Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$y'' + 2y' + y = f(x)$$

dove  $f(x)$  è uguale rispettivamente a:

a.  $e^{-x} + 3 \sin x$

b.  $1$

- (2) Sapendo che  $y_1 = x \sin x$  è una soluzione dell'equazione differenziale:

$$xy'' - 2y' + \frac{x^2 + 2}{x}y = 0, \quad 0 < x < \pi$$

trovare un'altra soluzione linearmente indipendente.

- (3) Risolvere, con il metodo delle costanti:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{x}e^x \quad x > 0$$

- (4) Dato il sistema:

$$\begin{cases} x' = y + t \\ y' = -2x + 4y + 1 \end{cases}$$

Trovare una soluzione, classificare i punti critici del problema omogeneo associato e descriverne le orbite.

- (5) Utilizzando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x' = y - 1 \\ y' = 2x - y \\ x(0) = 3 \\ y(0) = 5 \end{cases}$$

- (6) Trovare gli autovalori e le corrispondenti autofunzioni del problema al bordo

$$\begin{aligned} y'' + 2y' + \lambda y &= 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = y(1) &= 0 \end{aligned}$$

discutendo i vari casi al variare di  $\lambda$ .

- (7) Enunciare il teorema di convergenza di Fourier.