Lezione del 2 dicembre 2002

Calcolare i seguenti integrali:

1. $\int cotgx\ dx$
2. $\int \frac{1}{16+x^2}\ dx$
3. $\int \frac{1}{senx+1}\ dx$
4. $\int \frac{1}{senxcosx}\ dx$
5. $\int sen^3xcosx\ dx$
6. $\int sen^3x\ dx$
7. $\int \frac{1}{sen^2xcos^2x}\ dx$
8. $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\ dx$
9. $\int \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}\ dx$
10. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\ dx$

Soluzioni

1. $ln|senx| + c$
2. $\frac{1}{4}arctg\frac{x}{4} + c$
3. $tgx - \frac{1}{cosx} + c$
4. $ln|x| + c$
5. $\frac{sen^4x}{4} + c$
6. $-cosx + \frac{cos^3x}{2} + c$
7. $tgx - cotgx + c$
8. $arcsen\frac{x}{2} + c$
9. $\sqrt{x^2+9} + c$
10. $-arcsen\frac{1}{x} + c$

Correzione di alcuni esercizi prova intermedia

1. Calcolare $\lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{ln(1+e^{n^3})} - \sqrt{n^2+1}$
   Soluzione:

   $$\sqrt[3]{ln(1+e^{n^3})} - \sqrt{n^2+1} = \sqrt[3]{ln(\frac{e^{n^3}}{e^{n^3}}(1+e^{n^3}))} - n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} =$$
   $$= n(\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^3}ln(1+\frac{1}{e^{n^3}})} - \sqrt{1+\frac{1}{n^2}})$$

   applico lo sviluppo di Taylor per $ln(1+x)$ e per $(1+x)^\alpha$

   $$\sim n(1+\frac{1}{3n^3}ln(1+\frac{1}{e^{n^3}}) - 1 - \frac{1}{2n^2}) \to 0 \text{ se } n \to \infty$$

2. Calcolare $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[4]{ln(n+e^2n^4)}}{3n}$
   Soluzione:

   $$\frac{\sqrt[4]{ln(n+e^{2n^4})}}{3n} = \frac{1}{3}\sqrt[4]{\frac{lne^{2n^4}(\frac{n}{e^{2n^4}}+1)}{n^4}} = \frac{1}{3}\sqrt[4]{2+\frac{1}{n^4}ln(\frac{n}{e^{2n^4}}+1)} \to \frac{\sqrt[4]{2}}{3}$$

3. Calcolare $\lim_{x\to 0}(\sqrt{1-cosx})^{\frac{ln(1+x^2)}{x}}$
   Soluzione:
   Sviluppo con Taylor
   $$\lim_{x\to 0}(\sqrt{1-cosx})^{\frac{ln(1+x^2)}{x}} = \lim_{x\to 0}(\frac{x^2}{2})^{\frac{x^2}{2x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}}{2}x^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. Calcolare $\lim_{x\to 0}(\sqrt{ln(1+x)})^{\frac{e^{x^2}-1}{x}}$
   Soluzione:
   Sviluppo con Taylor
   $$\lim_{x\to 0}(\sqrt{ln(1+x)})^{\frac{e^{x^2}-1}{x}} = \lim_{x\to 0} x^{\frac{x^2}{2x}} = \lim_{x\to 0} x^{\frac{x}{2}} = 1$$