

Évariste Galois

Conferenza Mathesis
Firenze, 23 novembre 2011

La vita

Évariste Galois nasce il 25 ottobre del 1811 a Bourg-la Reine, un paesino nei pressi di Parigi. Il padre, Nicolas Gabriel, era direttore di un istituto d'istruzione per giovani; la madre, Adelaide-Marie Demante, donna di notevole cultura, si occupa dell'educazione dei figli. Nel 1823 Évariste, a soli dodici anni, lascia la casa paterna per frequentare a Parigi il prestigioso liceo Louis-le-Grand, considerato il migliore per quanto riguardava gli studi classici, e retto da una severa disciplina¹.

Nel 1826 Galois, non essendo stato ritenuto idoneo ad accedere alla classe di *Rhétorique*, deve ripetere la classe II. Nello stesso anno l'insegnante di *Mathématiques préparatoires*, un certo Vernier, consiglia a Galois la lettura del libro di geometria di Legendre. Évariste divora il libro e da allora la matematica lo assorbe completamente, come si evince dalle pagelle scolastiche ([4]):

“SECONDO TRIMESTRE
Giudizio di studio

Condotta pessima, carattere poco aperto; ricerca l'originalità. Le sue facoltà sono fuori dal comune, ma non vuole farne uso nel corso di *Rhétorique*. Invece il furore della matematica lo domina; stimo perciò sarebbe meglio che i genitori permettessero ch'egli si dedicasse a quell'unico studio; qui egli perde tempo e non fa altro che tormentare gl'insegnanti e farsi tempestare di punizioni. Non si dimostra sprovvisto di sentimenti religiosi; la sua salute appare debole.”

Nel giugno del 1828 Galois fa un primo tentativo per essere ammesso alla celebre *École Polytechnique*. L'esito dell'esame è però infelice, così nell'ottobre torna al liceo Louis-le-Grand, dove inizia a frequentare il corso di *Mathématiques spéciales*, del professore Richard. Richard, didatta eccezionale (che, quindici anni dopo Galois, ebbe come allievo Charles Hermite), introduce Galois ai lavori di Niels Abel e ai problemi da questi lasciati aperti riguardo la questione

¹Tra gli allievi del Liceo anche M. Robespierre e V. Hugo.

di risolubilità delle equazioni polinomiali per radicali. Galois inizia lo studio nella primavera del 1829 e ne viene completamente assorbito, tanto che già a maggio dello stesso anno ha pronti due lavori, che costituiranno poi il nucleo centrale della sua prima memoria. Il giovane Galois invia un estratto dei lavori all'*Académie des Sciences*. Recensore del lavoro fu nominato Auguste Cauchy, ma di fatto questi non svolse mai il suo compito, e solo a tre anni di distanza si venne a sapere che lo scritto di Galois era andato perduto da parte di Cauchy ([10]).

Il 2 luglio 1829 il padre di Galois muore suicida. Dopo pochi giorni Galois affronta per la seconda volta l'esame d'ammissione all'*École Polytechniques*. Ottiene una seconda bocciatura e deve ripiegare sulla meno prestigiosa *École Préparatoire*. L'iscrizione prevedeva due anni di corsi e consentiva poi l'accesso all'insegnamento nei collegi. Era però ben poco stimolante per Galois, in quanto l'*École Préparatoire* esisteva solo da pochi anni ed era una scialba copia dell'ormai soppressa *École Normale*; non aveva neanche un edificio proprio in quanto collocata all'interno del liceo Louis-le-Grand, il cui preside faceva anche da direttore alla scuola.

Nel gennaio del 1830 l'*Académie des Sciences* indice una competizione di Matematica. Galois per l'occasione riscrive completamente il suo lavoro e lo consegna al segretario dell'Accademia, il celebre Jean-Baptiste Fourier. Questi però, qualche settimana dopo, muore improvvisamente. Il manoscritto di Galois viene perso e così egli è escluso dalla gara. Si tratta questo di un altro duro colpo: l'esclusione, peraltro accidentale, dall'importante competizione, si aggiunge infatti alla precedente mancanza di considerazione da parte del Cauchy. Galois, che era un giovane impaziente e conscio del proprio valore, interpreta la sorte avversa come un rifiuto da parte del modo accademico ad accoglierlo. Nonostante nella primavera del 1830 avesse già pubblicato tre note sulla prestigiosa rivista "*Bulletin des Sciences Mathématiques*", viene comunque sopraffatto dalla frustrazione, che non tarda a manifestarsi in stati di accesa ira nei confronti dell'intera società.

Sono i giorni in cui egli, attratto dall'amico Auguste Chevalier, si interessa di politica. Sono anche giorni di notevoli agitazioni sociali per l'intera Francia. Le giornate del 27, 28 e 29 luglio del 1830, passate alla storia col nome di *Le Tre Gloriose*, vedono a Parigi infuriare la rivoluzione. I tumulti fanno seguito alle ordinanze di re Carlo X, che impongono seri limiti alla libertà di stampa. Di fatto, il risultato di questa rivoluzione non tarda a manifestarsi come un vero e proprio colpo di stato, in quanto il trono di Francia passa subito a Luigi Filippo d'Orleans. Lo spirito rivoluzionario di Galois viene però soffocato: il direttore della *École Préparatoire*, un certo Guignault, decide di far chiudere i cancelli della scuola, proibendo così agli studenti di protestare e minacciandoli di chiamare la polizia se si fossero ribellati. Galois cerca invano di scappare dalla scuola per combattere. La tempesta rivoluzionaria passa senza il suo contributo. Ora egli odia profondamente il direttore Guignault e l'intera *École Préparatoire*.

Nell'autunno del 1830 Galois diviene membro della *Société des Amis du Peuple*, un'associazione di stampo repubblicano (della quale facevano parte pure François-Vincent Raspail e Louis Auguste Blanqui), il cui intento era organiz-

zare una nuova rivoluzione. Nello stesso periodo Évariste scrive sulla *Gazette des Écoles* una lettera feroce nei confronti del direttore Guignault, reo di essersi opposto agli studenti rivoltosi e poi, una volta terminata la rivoluzione, essere passato, con non poca ipocrisia, ad appoggiare il movimento rivoluzionario. Tale lettera gli procura l'espulsione immediata dalla *École* e a Galois non rimane altro che arruolarsi nell'artiglieria della Guardia Nazionale. Di lì a poco tale organo viene però sciolto da re Luigi Filippo (21 dicembre 1830): di colpo Galois si trova senza lavoro. Inizia a dare lezioni di matematica, fino ad organizzare privatamente un corso di carattere superiore. Rimane però presto senza studenti, per il livello troppo complesso degli argomenti.

Nel gennaio del 1831 invia per la terza volta, i propri lavori all'*Académie des Sciences*. Ormai però la sua vita è completamente dedicata alla politica rivoluzionaria come si legge nelle lettere inviate all'amico Chevalier ([4]):

“Il mio cuore si ribella contro la mia testa.”

“Se occorresse un cadavere per sollevare il popolo darei il mio!”

Il 9 maggio 1831, per festeggiare una sentenza assolutoria nei confronti di diciannove ex-ufficiali della Guardia Nazionale, viene dato un banchetto all'osteria *Vendanges de Bourgogne*. Oltre a Galois, vi partecipano più di 200 repubblicani (tra cui anche Alexandre Dumas padre); molti sono ex-artiglieri che indossano la divisa proibita, in segno di protesta contro lo scioglimento della Guardia Nazionale ed il suo riordino. A fine pranzo, dopo svariati brindisi, l'atmosfera si fa piuttosto calda. Galois all'estremità di una tavola si alza e, con il bicchiere in una mano ed il coltello nell'altra, dice semplicemente: “A Luigi Filippo!”. Alcuni invitati si allontanano protestando, altri (tra cui Dumas) per non comprometersi escono da una finestra sul cortile, ma la maggior parte appoggia il pensiero di attentato contro il re, reso così esplicito da parte di Galois, e imitano il suo gesto. Il giorno dopo Galois viene arrestato in casa della madre e condotto al carcere preventivo di Sainte-Pélagie. Fa seguito un'istruttoria: Galois si difende dicendo che egli aveva aggiunto al suo brindisi la frase “Se tradirò”. Con questo stratagemma e, soprattutto, grazie ai sentimenti dei giurati, tutti padri famiglia, Galois riesce a farla franca e viene liberato. Rimane in libertà non più di un mese. Il 14 luglio 1831 infatti, per celebrare la presa della Bastiglia, i repubblicani organizzano una manifestazione cittadina. Galois, visto il precedente, era ovviamente tenuto sotto controllo dalla forze di polizia. Così quando si presenta sul Pont Neuf alla guida di circa 600 uomini, con indosso la vecchia uniforme della Guardia Nazionale, la carabina d'ordinanza, diverse pistole e l'immane coltello, viene immediatamente arrestato. Seguono per lui 9 mesi di “carcere preventivo” da scontare nella prigione di Sainte-Pélagie. In carcere Évariste viene preso di mira da parte degli altri detenuti. Per comprendere il clima in cui si trovava riportiamo sempre dal libro di Dupuy ([4]), un racconto del Raspail.

“I bravacci della bettola gli gridarono dalla finestra: «Ehi, vegliardo di vent'anni, non hai neppure la forza di bere, hai paura del vino?»».

Egli salì e andando risolutamente incontro al pericolo, vuotò d'un fiato la bottiglia, poi la tirò sulla testa dell'impertinente provocatore. Era una bottiglia di acquavite! Ridiscese ancora dritto e saldo sulle gambe, ma presto il Raspail dovette venirgli in aiuto. Il Galois, disperato, si aggrappò al suo braccio dicendogli: «Come vi voglio bene! E in questo momento più che mai: non vi ubriacate voi, siete sobrio e amico della povertà. Ma che accade nel mo essere? Porto due uomini in me! E purtroppo già indovino quale dei due avrà il sopravvento; sono troppo impaziente di giungere alla meta: le passioni della mia età sono tutte pervase d'impazienza, ed in me perfino la virtù ha lo stesso vizio. Del resto, lo vedete: non mi piace il vino; e per una sola parola lo bevo turandomi il naso, e mi ubbriaco!... Sapete, amico mio, che cosa mi manca? Lo confido a voi solo: qualcuno che io possa amare, ed amare col cuore solamente. Ho perduto mio padre, e nessuno lo ha più sostituito nel mio cuore, avete inteso! Oh quanto bene mi avete fatto non ridendo di me! In che sentina siamo? E chi ce ne trarrà con qualcosa di degno?». Dopo venne l'ebbrezza violenta; dovettero portare su in camerata il Galois e stenderlo sul letto; contrazioni tetaniche lo scuotevano: si alzava, ricadeva privo di sensi, si rialzava ancora con nuova esaltazione e «profetizzava cose sublimi, che una reticenza rendeva talvolta ridicole». Si sarebbe ucciso, se non gli si fossero gettati addosso. Finalmente si addormentò.»

Come se non bastasse, durante il periodo di detenzione Galois riceve da parte dell'*Académie des Sciences* il seguente rapporto di Poisson, in merito ai lavori inviati l'anno precedente ([10]).

“Abbiamo fatto ogni sforzo per capire le dimostrazioni del Sig. Galois. I suoi argomenti non sono né abbastanza chiari, né sufficientemente sviluppati per permetterci di guidarne il rigore; non ci è stato nemmeno possibile farci un'idea sul lavoro.

L'autore afferma che le proposizioni contenute nel manoscritto sono parte di una teoria generale ricca di applicazioni. Spesso parti diverse di una teoria si chiariscono a vicenda e possono essere comprese più facilmente quando sono considerate insieme piuttosto che isolate una dall'altra. Per formarsi un'opinione bisogna quindi attendere che l'autore pubblichi un resoconto più completo di questo lavoro.”

A ben vedere, per quanto negativo nell'esito, tale rapporto non suona affatto come una stroncatura. Per apprezzare i suggerimenti in esso contenuti, a Galois occorre una guida esperta in grado di incoraggiarlo e spronarlo, cosa che, trovandosi egli in carcere, era impossibile.

Galois esce di prigione il 16 marzo 1832, a causa della sua precaria salute e del fatto che un'epidemia di colera stava imperversando a Parigi. Viene trasferito in una casa di salute, come “prigioniero sulla parola”. Qui si invaghisce figlia

del medico. Si tratta di un amore infelice, che lo porta al famoso duello del 30 maggio 1832 in cui Galois perde la vita. In realtà le cause del duello non sono ben accertate. Secondo quanto riportato dal fratello Alfred, Évariste è stato vittima della polizia del re. Altre fonti ritengono che si sia trattato di un finto duello e vedono Galois morto suicida come pretesto per una nuova rivoluzione. In realtà, leggendo le ultime lettere di Galois, non sembrano esserci dubbi sul duello d'amore, peraltro assai frequente ai tempi. Infatti il 29 maggio, certo del fatto che sarebbe presto morto, Galois scrive agli amici repubblicani le seguenti parole ([4])

*Prego i miei amici di non rimproverarmi se non muoio per il Paese.
Muoio vittima d'una donna infame: la mia vita si spegne in un misero pettegolezzo.*

Oh, perché morire per così poco, per una cosa tanto spregevole!

Il cielo mi sia testimone che soltanto perché costretto ed obbligato ho ceduto ad una provocazione che avevo scongiurata con ogni mezzo.

Mi pento d'aver detto una verità funesta ad uomini che erano tanto poco in grado di ascoltarmi con animo sereno; ma tuttavia ho detto la verità, e porto con me, nella tomba, una coscienza netta da menzogna, netta da sangue patriotta.

Addio, avevo in me tanta vita per il bene pubblico!

Perdonate coloro che mi hanno ucciso; essi sono in buona fede.

La stessa notte che precede il duello, Galois sistema la raccolta delle sue ricerche matematiche, annota sul frontespizio la frase “Non ho tempo, non ho tempo!” e invia questo suo testamento scientifico a Chevalier pregandolo di diffonderlo. Conclude la lettera in questo modo:

Pregherai pubblicamente Jacobi o Gauss di dare il loro parere, non sulla verità, ma sull'importanza dei teoremi.

Dopo di che, vi sarò, spero, qualcuno che troverà profitto nel decifrare tutto questo guazzabuglio.

Ti abbraccio con affetto.

Il duello ha luogo l'alba del 30 maggio, nei pressi dello stagno della Glacière nel territorio di Gentilly. Galois agonizzante fu condotto alle nove e mezzo all'ospedale Cochin da un contadino del luogo. Di tutta la famiglia il solo fratello Alfred fu avvisato e accorse presso di lui in lacrime; Évariste tentò di calmarlo, dicendogli “Non piangere, mi occorre tutto il mio coraggio per morire a vent'anni”, ([4]).

Dodici ore dopo Galois muore di peritonite, causata dall'infezione del proiettile. Il suo cadavere viene inumato nella fossa comune. Oggi non rimane più traccia della sua sepoltura.

Scritti e fortuna critica

Sono pochi gli scritti lasciati da Galois, ammontano in tutto a circa 60 pagine e si dividono in tre memorie.

La prima memoria, *Memoire sur les conditions de resolubilité des équations par radicaux*, [5], è storicamente la più significativa. Pone le basi di quella che in seguito passerà alla storia col termine di *Teoria di Galois*. Tratta del celebre problema della risoluzione per radicali di un'equazione algebrica. Assegnato un polinomio $p(X)$ (a coefficienti razionali), ci si chiede se le eventuali soluzioni dell'equazione $p(X) = 0$ si possono scrivere “per radicali”, ovvero utilizzando solamente le quattro operazioni aritmetiche ed il simbolo di radice.

Ai tempi di Galois metodi risolutivi per le equazioni polinomiali di grado ≤ 4 erano ben noti. Così come erano ben noti a Galois sia i risultati di Ruffini-Abel (e quindi l'esistenza di equazioni di quinto grado insolubili per radicali), sia quelli di Gauss (in particolare il fatto che per ogni numero primo p , l'equazione $X^p - 1 = 0$ ammette una formula risolutiva per radicali). Quali condizioni deve dunque soddisfare un polinomio affinché le sue radici siano esprimibili per radicali? La domanda deve essere tuonata parecchie volte nella mente del giovane Galois.

Egli intuisce come associare ad ogni equazione polinomiale un gruppo di permutazioni (detto in seguito, *gruppo di Galois*). È da tenere presente che a quei tempi, il concetto matematico di gruppo era ancora in fase embrionale². Évariste seppa non solo stabilire la giusta corrispondenza tra le equazioni algebriche e i gruppi di permutazione (oggi nota col termine di *Corrispondenza di Galois*), ma seppa anche analizzare nel dettaglio le prime significative proprietà di tali oggetti (dimostrando tra l'altro che i gruppi simmetrici di grado < 5 sono risolubili e che invece i gruppi alterni di grado ≥ 5 sono semplici non-abeliani). Nella lettera di presentazione del suo lavoro, datata 16 gennaio 1831, egli scrive

“Si troverà qui una condizione generale alla quale soddisfa ogni equazione risolubile per radicali e che reciprocamente assicura la sua risolubilità.”

Intendendo con ciò il Teorema Fondamentale della sua teoria.

Teorema *Un'equazione polinomiale a coefficienti razionali è risolubile per radicali se e solo se il gruppo di Galois associato è un gruppo risolubile.*

Per una trattazione completa della Teoria di Galois, come la conosciamo oggi, rimandiamo il lettore interessato a uno dei testi universitari di Algebra (ad esempio uno dei seguenti [1], [9], o [7]).

²Joseph-Louis Lagrange fu il primo che introdusse il termine gruppo nel 1797, per la definizione precisa di gruppo astratto oggi comunemente nota dobbiamo aspettare il trattato di Arthur Cayley del 1876.

Ci sembra interessante spendere anche due parole sui matematici che hanno dato un contributo significativo a questa prima memoria rendendola comprensibile. Ovviamente il discorso merita un più ampio spazio (al lettore interessato suggeriamo [11]).

La prima pubblicazione della memoria avvenne nel 1846, e fu curata da Joseph Louville.

Un primo studio significativo però fu opera di Enrico Betti, il quale nel 1852 pubblica un memoriale di 64 pagine sui lavori di Galois, [2]. Sicuramente questo del Betti è un lavoro interessante, anche se di difficile lettura e con non poche inesattezze (si veda a tal proposito [11]).

Capolavoro invece per chiarezza sono le note delle lezioni tenute da Richard Dedekind tra il 1856 e il 1858 all'università di Göttingen ([3]). Vi è contenuta la prima definizione "astratta" di gruppo finito, così come il concetto di campo di numeri e di estensioni di campi. Dedekind però non fa alcun cenno alla Teoria di Galois vera e propria.

Il primo che ha chiarito le parole di Galois riguardo il problema di risolubilità delle equazioni polinomiali è stato Camille Jordan. Egli, dopo aver tenuto una tesi sul Galois nel 1861, pubblica nel 1870 il famoso lavoro *Traité des substitutions et des équations algébriques*, [8]. Dopo circa 40 anni dalla morte le idee di Galois vengono comprese.

In Italia le prime lezioni universitarie sulla Teoria di Galois furono tenute a Bologna negli anni 1886/87 da Cesare Arzelà. È singolare il nome del corso: "Analisi Superiore".

L'approccio moderno della Teoria di Galois è pressoché dovuto ai lavori di Ernst Steinitz, Emil Artin, David Hilbert e Oystein Ore.

La seconda memoria è composta da tre articoli, due dei quali apparsi tra l'aprile e il giugno 1830 sulla rivista *Bulletin des Sciences Mathématiques*. Rispetto alla prima è sicuramente meno studiata e tratta sostanzialmente di due questioni: lo studio delle equazioni "primitive" e l'applicazione della teoria alle equazioni modulari di funzioni ellittiche.

Bartel Leenert van der Waerden nel libro *A History of Algebra* ([12]) dedica un paragrafo a "The Second Posthumous Memoir of Galois", e indica Camille Jordan come colui che per primo ha compreso e ampliato i risultati di Galois inerenti le equazioni primitive risolubili, ovvero quelle equazioni (risolubili per radicali) il cui gruppo di Galois agisce in modo primitivo sull'insieme delle radici. Galois fornisce una dimostrazione di non facile lettura, ma corretta del seguente

Teorema *Ogni gruppo risolubile primitivo ha grado una potenza di un numero primo.*

In [8], C. Jordan presenta una dimostrazione chiara del citato Teorema e sviluppa una classe esaustiva di gruppi risolubili di grado p^n .

Secondo quanto afferma lo stesso Galois in una lettera a Chevalier, "la terza memoria concerne gli integrali". A tal proposito sono significative le parole di pa-

role di Jacques Hadamard ne *La psicologia dell'invenzione in campo matematico* ([6]):

“Ora, questo teorema, che per noi adesso chiaro, non sarebbe stato compreso dagli scienziati contemporanei di Galois: quei “periodi” non avevano alcun significato, allo stato in cui versavano, in quei giorni, le scienze; essi ricevettero un significato solo per mezzo di alcuni principi di teoria delle funzioni, oggi ben noti, che furono tuttavia trovati solo un quarto di secolo dopo la morte di Galois. Bisogna pertanto ammettere: 1) che Galois deve, in qualche modo, aver concepito questi principi; 2) che tali principi dovevano essere presenti nella sua mente in modo inconscio, dacché egli non fa alcuna allusione ad essi, benché, di per se stessi, rappresentassero una scoperta significativa.”

References

- [1] M. Artin, *Algebra*, Torino, Bollati Boringhieri, 1997.
- [2] E. Betti, *Opere matematiche di Enrico Betti, pubblicate per cura della Reale Accademia dei Lincei*, U. Hoepli, 1903.
- [3] R. W. Dedekind, *Lezioni sulla teoria di Galois : un contributo alla storia dell'algebra moderna*, a cura di Laura Toti Rigatelli, Firenze, Sansoni, 1990.
- [4] P. Dupuy, *La vita del Galois*, Roma, Tumminelli, 1945.
- [5] É Galois, *Memoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux*, in *Œuvres mathématiques*, J. Math. Pures Appl., **11**, (S. 1), (1846), 381–444.
- [6] J. Hadamard, *La psicologia dell'invenzione in campo matematico*, Milano, Raffaello Cortina Editore, 1993.
- [7] I.M. Isaacs, *Algebra: a graduate course*, Providence, American Mathematical Society, 2009.
- [8] C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques*, Parigi, Gauthier-Villars, 1870.
- [9] S. Lang, *Algebra*, Graduate text in Mathematics, 211, New York, Springer, 2002.
- [10] T. Rothman, *Genius and biographers: the fictionalization of Évariste Galois*, Amer. Math. Monthly, **89**, (1982), 84–106.
- [11] L. Toti Rigatelli, *Évariste Galois, Scritti matematici*, Torino, Bollati Boringhieri, 2000.

- [12] B. L. van der Waerden, *A history of algebra: from al-Khwarizmi to Emmy Noether*, Berlin, Springer, 1985.