

Capitolo 5

Teoremi limite classici

Esercizio 126 Vengono generati n numeri casuali tra 0 e 1, con distribuzione uniforme. Quanti numeri è necessario generare affinché la probabilità che la somma di essi sia compresa tra $0.49n$ e $0.51n$ sia maggiore o uguale a 0.99?

Esercizio 127 Un venditore porta a porta deve vendere 10 copie di un libro. Se ogni singolo cliente acquista il libro con probabilità 0.1, quanti clienti deve visitare il venditore affinché la probabilità di vendere tutti e dieci i libri sia almeno 0.99?

Esercizio 128 Calcolare approssimativamente la probabilità che una variabile casuale X con distribuzione di Poisson di parametro 100 assuma un valore minore di 95.

Esercizio 129 Un congegno è costituito da una componente elettrica che viene rimpiazzata non appena smette di funzionare. Dunque, se T_1, T_2, \dots, T_n sono i tempi di vita di n componenti che si hanno a disposizione, il tempo di vita totale del congegno è $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$. Si supponga che $T_i \sim Exp(1)$, e che le T_i siano indipendenti. Utilizzando l'approssimazione normale calcolare:

- se $n = 100$ la probabilità $P(T < 90)$;
- il valore minimo di n per cui $P(T < 90) \leq 0.05$.

Esercizio 130 Un giocatore di pallacanestro ha una percentuale di successo nei tiri da tre punti del 20%. Calcolare:

- la probabilità che in 100 tiri faccia non più di 54 punti;
- il numero minimo di tiri che deve effettuare per realizzare almeno 57 punti con probabilità maggiore o uguale a 0.95.

Esercizio 131 Il numero giornaliero di passeggeri sui treni da Milano a Firenze è una variabile aleatoria di distribuzione incognita. Supponendo che il valore atteso sia pari a 3000 e la varianza pari a 10^6 , si calcoli approssimativamente la probabilità che in 30 giorni il numero complessivo di viaggiatori sia almeno 10^5 .

Esercizio 132 Sia $\{X_n\}$ una successione di variabili casuali i.i.d. con distribuzione di Poisson di parametro 1. Usando opportunamente il Teorema Limite Centrale per tale successione, calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} \sum_{k=0}^{n+\sqrt{n}} \frac{n^k}{k!}.$$

Esercizio 133 Il gruppo promotore di un referendum ritiene che il 60% della popolazione sia disposta a firmare per la relativa raccolta di firme. Si assuma che le persone a cui viene richiesto di firmare siano scelte a caso. Dovendo raccogliere 30.000 firme, quante persone è necessario interpellare affinché la soglia delle 30.000 firme sia raggiunta con probabilità di almeno 0,95?

Esercizio 134 Si assuma che, in un libro di 400 pagine, la probabilità che una pagina sia priva di errori sia 0.98, indipendentemente dalle altre pagine. Sia X il numero di pagine che contengono almeno un errore.

- a. Qual è la distribuzione di X ?
- b. Usando l'approssimazione normale, calcolare approssimativamente la probabilità dell'evento $\{X \geq 4\}$.
- c. Calcolare la probabilità al punto b. usando un altro tipo di approssimazione, visto a lezione.