14. Verify the following relations.[4]

(a) $(A \cup B)' = A'B'$.
(b) $(A \cup B) - B = A - AB = AB'$.
(c) $AA = A \cup A = A$.
(d) $(A - AB) \cup B = A \cup B$.
(e) $(A \cup B) - AB = AB' \cup A'B$.
(f) $A' \cup B' = (AB)'$.
(g) $(A \cup B)C = AC \cup BC$.

15. Find simple expressions for

(a) $(A \cup B)(A \cup B')$, (b) $(A \cup B)(A' \cup B)(A \cup B')$, (c) $(A \cup B)(B \cup C)$.

16. State which of the following relations are correct and which incorrect:

(a) $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$.
(b) $ABC = AB(C \cup B)$.
(c) $A \cup B \cup C = A \cup (B - AB) \cup (C - AC)$.
(d) $A \cup B = (A - AB) \cup B$.
(e) $AB \cup BC \cup CA \supset ABC$.
(f) $(AB \cup BC \cup CA) \subset (A \cup B \cup C)$.
(g) $(A \cup B) - A = B$.
(h) $AB'C \subset A \cup B$.
(i) $(A \cup B \cup C)' = A'B'C'$.
(j) $(A \cup B)'C = A'C \cup B'C$.
(k) $(A \cup B)'C = A'B'C$.
(l) $(A \cup B)'C = C - C(A \cup B)$.

17. Let A, B, C be three arbitrary events. Find expressions for the events that of A, B, C:

(a) Only A occurs.
(b) Both A and B, but not C, occur.
(c) All three events occur.
(d) At least one occurs.
(e) At least two occur.
(f) One and no more occurs.
(g) Two and no more occur.
(h) None occurs.
(i) Not more than two occur.

18. The union $A \cup B$ of two events can be expressed as the union of two mutually exclusive events, thus: $A \cup B = A \cup (B - AB)$. Express in a similar way the union of three events A, B, C.

19. Using the result of problem 18 prove that

$$\mathbf{P}\{A \cup B \cup C\} = \\ = \mathbf{P}\{A\} + \mathbf{P}\{B\} + \mathbf{P}\{C\} - \mathbf{P}\{AB\} - \mathbf{P}\{AC\} - \mathbf{P}\{BC\} + \mathbf{P}\{ABC\}$$

[This is a special case of IV, (1.5).]

---

[4] Notice that $(A \cup B)'$ denotes the complement of $A \cup B$, which is not the same as $A' \cup B'$. Similarly, $(AB)'$ is not the same as $A'B'$.

cessione (ad esempio, A 2 3 4 5, 2 3 4 5 6 ecc.) che non sia una scala reale

C = la mano contiene quattro carte di eguale valore

D = la mano contiene due carte di eguale valore e tre carte di eguale valore (Full).

19. a) In quanti modi si possono assegnare venti impiegati a quattro uffici se ad ogni ufficio devono essere assegnati cinque impiegati?

b) In quanti modi si possono formare quattro gruppi di lavoro, ognuno dei quali comprendente cinque impiegati?

20. Da una lista di dieci ragazzi e sette ragazze si deve formare un comitato comprendente cinque ragazzi e tre ragazze. Quanti possibili comitati possono essere formati?

21. a) Quanti codici si possono formare utilizzando tre cifre e due lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere), se le lettere occupano le prime due posizioni e cifre e lettere possono ripetersi?

b) Quanti codici presentano qualche ripetizione?

22. Determinare la probabilità che n persone scelte a caso abbiano tutte compleanno diverso (si ignorino gli anni bisestili).

23. Cinque biglietti vincenti vengono estratti da un'urna che contiene cento biglietti. Determinare la probabilità di vincere per una persona che abbia comprato k biglietti con k intero positivo.

24. Nel gioco del bridge una "mano di carte" è formata da tredici carte estratte (senza reimmissione) da un mazzo di cinquantadue carte.
Determinare la probabilità che una mano di carte contenga n_1 assi ed n_2 re, essendo n_1 e n_2 compresi tra zero e quattro.

25. È più probabile ottenere un "6" in tre lanci di un dado equilibrato oppure due "6" in sei lanci?

26. Mostrare che se la probabilità condizionale di A dato B è maggiore della probabilità di A, allora la probabilità condizionale di B dato A è maggiore della probabilità di B, essendo A e B di probabilità positiva.

27. Mostrare che se A e B sono eventi stocasticamente indipendenti, allora $P(A|B) = P(A|B^C)$, essendo B e B^C di probabilità positiva.

28. Mostrare che se A e B sono stocasticamente indipendenti, allora anche gli eventi A, B^C; A^C, B e A^C, B^C sono stocasticamente indipendenti.

29. Mostrare che l'evento impossibile è stocasticamente indipendente da ogni altro evento.