Corso di laurea in Matematica - Calcolo delle Probabilità e Statistica
Prova del Test intermediio

Esercizio 1. *Supponendo che 7 persone siano nate in giorni della settimana distribuiti casualmente in modo uniforme, determinare la probabilità che*

- *(1) tuti siano nati in uno stesso giorno della settimana;*
- *(2) 4 almeno siano nati in uno stesso giorno;*
- *(3) sapendo che almeno 4 sono nati lo stesso giorno gli altri siano nati tutti in giorni diversi (dai 4 ed anche tra loro).*

Esercizio 2. *Descriviamo ora due meccanismi di inserimento casuale di una pallina in n scatole. Dire se i due meccanismi sono probabilisticamente equivalenti o meno. Si considera una distribuzione di probabilità su un insieme di n elementi con parametri p_i, $i = 1, \ldots, n$.*

- *(I) viene scelta una scatola a caso, prendendo la i-sima con probabilità p_i, e poi vi viene inserita la pallina.*
- *(II) Si sceglie una scatola a caso uniformemente tra le n e poi, se la scatola è la i-sima, si inserisce la pallina con probabilità p_i. Se la pallina non viene inserita si ripete da capo, scegliendo di nuovo una scatola ed effettuando un nuovo tentativo di inserire la pallina. Si ripete fino a quando la pallina risulta inserita.*

Esercizio 3. *Consideriamo un esperimento con probabilità di successo del* 40%.

- *(i) Stimare la probabilità che in un insieme di* 200 *esperimenti indipendenti si abbiano più del* 50% *di successi.*
- *(ii) Se* 20 *persone indipendentemente realizzano 200 esperimenti ognuno, qual è la probabilità che almeno una persona abbia più del* 50% *di successi?*

Esercizio 4. *Si considera la variabile aleatoria X con densità $f_X(t) = c/t^\alpha$ per $t \geq 2$, $\alpha \geq 2$ e c una costante opportuna. Determinare*

- *(a) il valori di c;*
- *(b) $E(X)$ indicando i valori di α per cui questo esiste;*
- *(c) $SD(X)$ indicando i valori di α per cui questo esiste.*

Esercizio 5. *Si estrae un numero dalla tombola e si indica con Y le decine e con Z le unità di tale numero.*

- *(I) Determinare la distribuzione congiunta di Y e Z.*
- *(II) Calcolare il coefficiente di correlazione tra Y e Z.*