

29 Marzo 2004

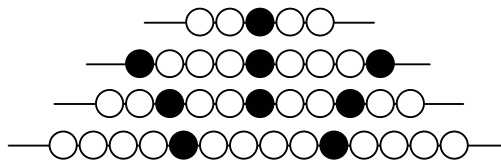
1) Pierino ha preso il vocabolario ed ha segnato a penna, accanto ad ogni parola, un'altra parola dello stesso vocabolario. In questo modo ha scritto a penna tutte le parole del vocabolario. Accanto alla parola *MINISTRONE* ha scritto a penna *BICICLETTA*, accanto a *TOPONOMASTICA* ha scritto *NUMISMATICA*. Dimostrare che almeno una volta Pierino ha scritto una parola che ha più consonanti della parola stampata accanto.

2) Siano date due circonferenze tangenti esternamente nel punto A e tali che il rapporto fra i due raggi valga 3. Sia r una tangente comune non passante per A e sia B il punto di tangenza di r con la circonferenza più grande. Dimostrare che il triangolo ABO è equilatero, dove O è il centro della circonferenza più grande.

3) Un venditore ambulante decide di fabbricare delle collane inserendo delle perline bianche o nere in un filo, in modo che:

- due perline nere non siano mai adiacenti;
- le perline bianche siano raggruppate in gruppi tutti aventi lo stesso numero di perline;
- la collana sia simmetrica, cioè scambiando l'estremità destra del filo con la sinistra si ottenga la stessa collana;
- ci sia almeno una perlina nera che non è un estremo della collana.

Dopo una giornata di lavoro, in cui ha realizzato vari tipi di collane (vedi esempi in figura),



il venditore si accorge che nessuna delle collane contiene esattamente 6 perline, e ritiene pertanto che non sia possibile costruire una tale collana.

- (i) Dire se è possibile costruire una collana con 12 perline.
- (ii) Dire se è possibile costruire una collana con 18 perline.
- (iii) Dimostrare che è sempre possibile costruire una collana con n perline se n non è multiplo di 6.

4) Stiamo giocando a biliardo su un biliardo circolare. Il gioco consiste nel colpire la palla in modo che, dopo aver colpito cinque volte la sponda, torni nella posizione di partenza muovendosi nella stessa direzione del colpo iniziale.

- (i) Per quali posizioni iniziali della palla non è possibile una tale traiettoria?
- (ii) Al variare della posizione iniziale della palla all'interno del biliardo, in quante direzioni distinte è possibile lanciare la palla ed ottenere la traiettoria desiderata?

