XVIII CONGRESSO
UNIONE MATEMATICA ITALIANA
Bari, 24 – 29 Settembre 2007

sotto l'Alto Patronato del
Presidente della Repubblica Italiana

CONFERENZE E COMUNICAZIONI

Finito di stampare nel Luglio 2007

XVIII Congresso U.M.I.
Bari, 24–29 settembre 2007

Su una versione del Teorema Fondamentale dell'Algebra per i numeri di Hamilton e di Cayley

Graziano Gentili, Fabio Vlacci
Dipartimento di Matematica "U. Dini", Università di Firenze

Daniele C. Struppa
Dept. of Mathematics and Computer Sciences, Chapman University, Orange, CA 92866, USA

Con $\mathbb{K}$ indicheremo una delle due algebre con divisione $\mathbb{H}$ o $\mathbb{O}$, ovvero il campo non commutativo dei numeri di Hamilton e l'algebra reale con divisione e prodotto non associativo e non commutativo dei numeri di Cayley. Poiché non c'è rischio di ambiguità di notazione, indicheremo un generico elemento w di $\mathbb{K}$ con $w = x_0 + \sum_{k\geq 1} x_k e_k$, essendo e_k unità imaginarie (i.e. tali che il loro quadrato vale -1) con $e_\alpha e_\beta = -\delta_{\alpha\beta} + \psi_{\alpha\beta\gamma} e_\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \ldots, 7$ dove $\delta_{\alpha\beta}$ è il simbolo di Kronecker e $\psi_{\alpha\beta\gamma}$ è totalmente antisimmetrica in α, β, γ, non-zero e uguale a 1 per una terna di (α, β, γ) in $\Sigma = \{(1,2,3), (1,4,5), (2,4,6), (3,4,7), (2,5,7), (1,6,7), (5,3,6)\}$. Indicheremo poi con $\mathbb{S}$ la sfera di unità imaginarie di $\mathbb{K}$. Sia Ω un dominio in $\mathbb{K}$. Una funzione differenziabile in senso reale $f : \Omega \to \mathbb{K}$ è detta *regolare* se, per ogni $I \in \mathbb{S}$, la restrizione f_I alla retta complessa $L_I = \mathbb{R} + \mathbb{R}I$ passante per l'origine e contenente 1 e I è olomorfa in $\Omega \cap L_I$. Si prova che $f : \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ è regolare se, e soltanto se, ammette espansione in serie $f(w) = \sum_{n=0}^{\infty} w^n \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n}(0)$ convergente in $\mathbb{K}$. In particolare i polinomi quaternionici della forma $P_n(w) = w^n a_n + w^{n-1} a_{n-1} + \ldots + w a_1 + a_0$ sono regolari. Dallo studio della struttura degli zero di polinomi regolari e seguendo un approccio simile a quello originario di Gauss, abbiamo ottenuto una dimostrazione topologica di una versione del Teorema Fondamentale dell'Algebra che risulta valida per polinomi (regolari) a coefficienti in $\mathbb{H}$, $\mathbb{O}$ e, naturalmente, in $\mathbb{C}$.

Bibliografia

[1] G. Gentili, D.C. Struppa *A new approach to Cullen–regular functions of a quaternionic variable*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I **342**, 741–744, (2006).

[2] G. Gentili, D.C. Struppa *Regular functions on the space of Cayley numbers*, preprint, Dip. di Matematica "U. Dini", Università di Firenze, n. 13 (2006).

— Classificazione AMS (MSC2000): 30C15, 30G35, 32A30.

— E–mail: gentili@math.unifi.it, struppa@chapman.edu, vlacci@math.unifi.it