Chapter 5

Equazioni e disequazioni di 2° grado

5.1 Equazioni di 2° grado

Studieremo ora, nel campo reale, le equazioni algebriche di 2° grado ad una incognita.

A tale scopo, osserviamo, innanzi tutto, che *ogni equazione intera di 2° grado , nell' incognita x e ridotta in forma normale*, è del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{5.1}$$

dove a, b e c rappresentano tre numeri reali dati o anche tre espressioni letterali formate con lettere di cui si suppone noto il valore.

I numeri, o le espressioni letterali, a, b e c si chiamano rispettivamente **primo, secondo** e **terzo coefficiente**; quest' ultimo si chiama anche **termine noto** dell' equazione.

Il primo coeffieciente si deve sempre supporre diverso da zero, altrimenti l' equazione non è di secondo grado.

Definizione Una equazione di secondo grado si dice *completa* quando tutti e tre i suoi coefficienti sono diversi da zero; si dice incompleta quando il secondo o il terzo coefficiente oppure entrambi sono nulli.

Studieremo ora le equazioni complete in quanto il calcolo delle equazioni incomplete può essere eseguito con le formule valide per le complete.

Definizione Il binomio

$$b^2 - 4ac$$

si chiama **discriminante** dell' equazione di secondo grado 5.1 e si suole indicare con la lettera Δ , cioè si pone:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si può dimostrare che:

Nel campo reale, *l' equazione di 2° grado :*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a) quando è: $\Delta > 0$, *ammette* **due radici reali** *date dalla formula:*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{5.2}$$

b) quando è: $\Delta = 0$, *ammette* **una sola radice** *(o una radice doppia)* , *data dalla formula:*

$$x = -\frac{b}{2a}$$

c) quando è: $\Delta < 0$, **non** *ammette* **alcuna radice.**

La formula risolutiva (5.2) è applicabile anche alle equazioni di 2° grado incomplete.

Esempio Risolvere l' equazione ridotta a forma normale:

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

Sostituendo nella formula risolutiva (5.2) ad a, b, c rispettivamente $2, -7, 3$ si ha:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

e indicate con x_1, x_2 le due radici dell' equazione, in definitiva si trova:

$$x_1 = 3, \qquad x_2 = \frac{1}{2}$$

Esempio Risolvere l' equazione:

$$\frac{x+1}{3} - \frac{3(x-1)}{4} = (x-3)^2 - 5$$

Riducendo l' equazione a forma normale si ottiene:

$$12x^2 - 67x + 35 = 0$$

Applicando la formula risolutiva (5.2) osservando in questo caso che è: $a = 12$, $b = 67$, $c = 35$, si ha:

$$x = \frac{67 \pm \sqrt{4489 - 1680}}{24} = \frac{67 \pm \sqrt{2809}}{24} = \frac{67 \pm 53}{24}$$

e quindi:

$$x_1 = \frac{67+53}{24} = \frac{120}{24} = 5; x_2 = \frac{67-53}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

Esempio Risolvere l' equazione:

$$2x^2 - 6x + 1 = 0$$

Applicando la formula risolutiva (5.2) si trova:

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-8}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

e quindi:

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{7}}{2};\ x_2 = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$$

Esempio Risolvere l' equazione:

$$3x^2 - 5x + 4 = 0$$

Applicando la formula risolutiva (5.2) si ha:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-48}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{-23}}{6}$$

Poichè il discriminante risulta negativo, si conclude che l' equazione non ha alcuna radice reale.

Esempio Un' equazione si dice **spuria** quando $c = 0$. Risolvere l' equazione spuria:

$$5x^2 - 9x = 0$$

Si ha:

$$x(5x - 9) = 0$$

da cui

$$x_1 = 0, \text{ oppure } 5x - 9 = 0$$

Le due radici dell' equazione data sono pertanto:

$$x_1 = 0, \ x_2 = \frac{9}{5}$$

Esempio Risolvere l' equazione:

$$\frac{x^2 - 1}{3} + \frac{x^2 - 2}{4} = \frac{x}{4} - \frac{5}{6}.$$

Riducendo l' equazione a dforma normale, dopo facili calcoli, si trova:

$$7x^2 - 3x = 0$$

che è un' equazione di 2^o grado spuria. Si ha:

$$x(7x - 3) = 0$$

da cui:

$$x = 0 \quad \text{oppure} \quad 7x - 3 = 0$$

Le due radici dell' equazione assegnata sono:

$$x_1 = 0, \ x_2 = \frac{3}{7}$$

Esempio Un' equazione si dice **pura** quando $b = 0$. Risolvere l' equazione pura di secondo grado:

$$\sqrt{2}x^2 - \sqrt{10} = 0$$

L' equazione è equivalente alla:

$$x^2 = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$$

ossia:

$$x^2 = \sqrt{5}$$

Le due soluzioni di questa equazione sono:

$$x_1 = -\sqrt[4]{5},\ x_2 = \sqrt[4]{5}$$

Esempio Risolvere l' equazione:

$$\frac{3x-2}{2} + \frac{x^2+1}{4} = \frac{5x-7}{3} - \frac{x}{6}$$

Riducendo l' equazione a forma normale, dopo facili calcoli, si trova:

$$3x^2 + 19 = 0$$

che è un' equazione di secondo grado pura. Essa è equivalente alla:

$$x^2 = -\frac{19}{3}$$

la quale non ammette soluzioni essendo negativo il suo secondo membro poichè non esiste la $\sqrt{-\frac{19}{3}}$.

5.1.1 Scomposizione di un trinomio di secondo grado in prodotto di fattori di primo grado.

Consideriamo un trinomio di 2° grado, nella variabile x:

$$ax^2 + bx + c. \tag{5.3}$$

Si chiamano **radici** o **zeri** *del trinomio* le radici dell' equazione di 2° grado che si ottiene eguagliando a zero tale trinomio:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{5.4}$$

e il discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ dell' equazione (5.4) viene chiamato **discriminante** del trinomio (5.3).

Si possono presentare tre casi:

- 1° **Caso.** - *Sia* $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.

In tal caso dette x_1, x_2 le due radici reali e distinte dell' equazione (5.4) e ricordando che $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$ si ha successivamente:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) =$$

$$a\left[x^2 - (x_1 + x_2)\,x + x_1.x_2\right] = a\left[x^2 - x_1x - x_2x + x_1.x_2\right] =$$

$$a\left[x(x - x_1) - x_2(x - x_1)\right] = a(x - x_1)(x - x_2)$$

cioè si ottiene l' eguaglianza:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \tag{5.5}$$

che permette di *scomporre il trinomio di secondo grado, nella variabile x, a discriminante positivo, nel prodotto del primo coeffieciente a, per il prodotto di x-x_1* e *x-x_2*.

- 2° **Caso.** - *Sia* $\Delta = b^2 - 4ac = 0$.

In questo caso è $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ e dalla (5.4) segue la formula:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

che permette di *scomporre il trinomio di secondo grado, nella vaiabile x, a discriminante nullo, nel prodotto del primo coeffieciente a, per il quadrato del binomio eguale alla differenza tra la variabile x e la radice del trinomio stesso.*

- 3° **Caso.** - *Sia* $\Delta = b^2 - 4ac < 0$.

In questo caso il trinomio *non si può scomporre*, nel campo reale, in un prodotto di fattori di primo grado, in x.

In tal caso il trinomio risulta *irriducibile.*

Esempio Scomporre in fattori il polinomio:

$$3x^2 - 7x + 2.$$

Le radici dell' equazione:

$$3x^2 - 7x + 2 = 0,$$

sono: $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{3}$, e perciò si ha:

$$3x^2 - 7x + 2 = 3\,(x-2)\left(x - \frac{1}{3}\right).$$

Esempio Scomporre in fattori il polinomio:

$$3x^2 + 30x + 75.$$

L' equazione: $3x^2 + 30x + 75 = 0$, ammette le radici: $x_1 = x_2 = -5$ e perciò si ha:

$$3x^2 + 30x + 75 = 3\,(x+5)^2.$$

Esempio Scomporre in fattori il polinomio:

$$5x^2 - 3x + 2.$$

Il discriminante dell' equazione: $5x^2 - 3x + 2 = 0$, è negativo e perciò l' equazione non ammette soluzioni. ne segue che il polinomio dato non si può scomporre in fattori di primo grado, cioè esso è **irriducibile** nel campo dei numeri reali.

5.2 Risoluzione grafica di disequazioni di 2° grado.

Il grafico della parabola ci permette di risolvere rapidamente le disequazioni razionali intere di secondo grado. Infatti si voglia risolvere la disequazione:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &> 0 \\ &\text{o la} \\ ax^2 + bx + c &< 0. \end{aligned}$$

L' equazione:

$$y = ax^2 + bx + c, \tag{5.6}$$

rappresenta una parabola. Tracciata tale parabola, dopo averne determinato le coordinate degli eventuali punti di intersezione con gli assi, basterà vedere per quali valori della x vi sono, sulla parabola, punti di ordinata positiva o negativa, secondo il senso della disequazione.

Infatti ricordando che le coordinate del vertice della parabola (5.6) sono:

$$x_V = -\frac{b}{2a}, \qquad y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{2a} = -\frac{\Delta}{2a}$$

e tenendo conto delle proprietà della parabola, si vede facilmente che si possono presentare i seguenti casi:

- 1° **Caso. - Se è** $a > 0$, *la parabola rivolge la concavità verso l' alto* e può assumere tre posizioni rispetto all' asse x:

I) Se è $\Delta > 0$:

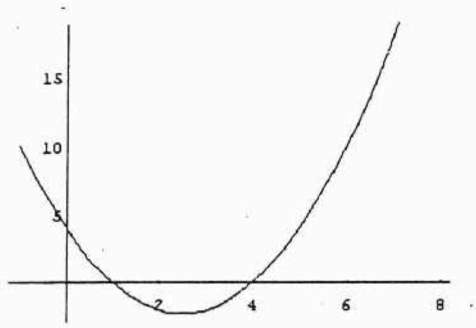

Figure 5.1: Caso $a > 0$, $\Delta > 0$

- l' ordinata del vertice è negativa;
- la parabola ha due punti distinti d' intersezione con l' asse x di ascissa x_1, x_2 con $x_1 < x_2$,vedi figura (5.1);
- per ogni valore esterno all' intervallo $[x_1, x_2]$ è $y > 0$;
- per ogni valore interno all' intervallo $[x_1, x_2]$ è $y < 0$.

Pertanto, se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c > 0$$

le soluzioni di tale equazione sono date per $x < x_1$, $x > x_2$; se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c < 0$$

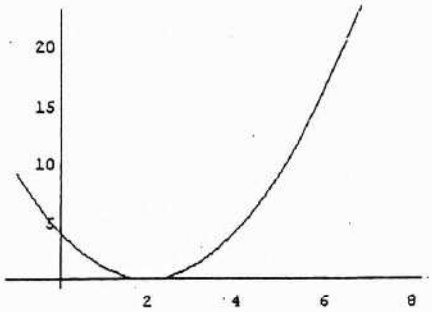

Figure 5.2: Caso $a > 0$, $\Delta = 0$

le soluzioni sono per $x_1 < x < x_2$.

II) Se è $\Delta = 0$:

- l' ordinata del vertice è nulla;
- la parabola ha un punto doppio d' intersezione con l' asse x di ascissa $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ e ordinata nulla, vedi figura (5.2);
- per ogni altro valore della $x \neq -\frac{b}{2a}$ è $y > 0$.

Pertanto se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c > 0$$

quest' ultima risulta verificata per ogni $x \neq -\frac{b}{2a}$; se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c < 0$$

questa non è mai verificata.

III) Se è $\Delta < 0$:

-
- l' ordinata del vertice è positiva;
- la parabola non ha alcun punto d' intersezione con l' asse x ;
- per ogni valore della x risulta $y > 0$, vedi figura (5.3).

Pertanto se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c > 0$$

questa risulta sempre verificata, cioè risulta vera $\forall x \in \Re$; se stiamo risolvendo la disequazione

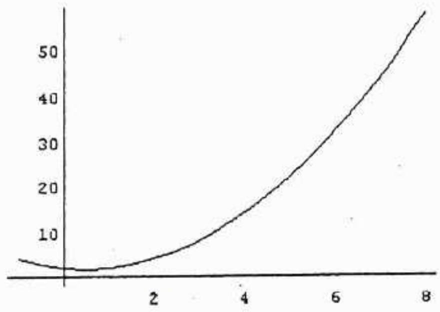

Figure 5.3: Caso $a > 0$, $\triangle < 0$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

questa non è mai verificata.

- 2° **Caso. - Se è** $a < 0$, *la parabola rivolge la concavità verso il basso* e può assumere tre posizioni rispetto all' asse x:

IV) Se è $\Delta > 0$:

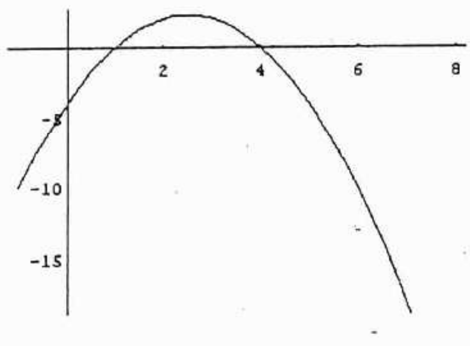

Figure 5.4: Caso $a < 0$, $\triangle > 0$

- l' ordinata del vertice è positiva;

- la parabola ha due punti distinti d' intersezione con l' asse x di ascissa x_1, x_2 con $x_1 < x_2$, vedi figura (5.4);

- per ogni valore esterno all' intervallo $[x_1, x_2]$ è $y < 0$;

- per ogni valore interno all' intervallo $[x_1, x_2]$ è $y > 0$.

Pertanto se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c > 0$$

questa risulta verificata per $x_1 < x < x_2$; mentre se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c < 0$$

questa risulta verificata per $x < x_1$, $x > x_2$.

V) Se è $\Delta = 0$:

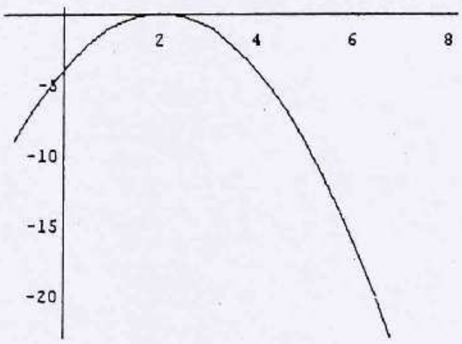

Figure 5.5: Caso $a < 0$, $\Delta = 0$

- l' ordinata del vertice è nulla;
- la parabola ha un punto doppio d' intersezione con l' asse x di ascissa $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ e ordinata nulla;
- per ogni altro valore della $x \neq -\frac{b}{2a}$ è $y < 0$, vedi figura (5.5).

Pertanto se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c > 0$$

questa non ammette soluzione; mentre se stiamo risolvendo

$$ax^2 + bx + c < 0$$

questa è verficata $\forall x \in \left\{\Re - \frac{b}{2a}\right\}$

VI) Se è $\Delta < 0$:

- l' ordinata del vertice è negativa;

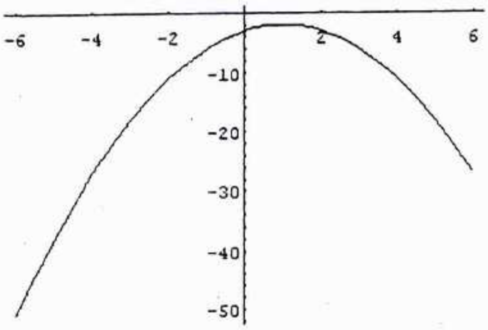

Figure 5.6: Caso $a < 0$, $\triangle < 0$

- la parabola non ha alcun punto d' intersezione con l' asse x , vedi figura (5.6);

- per ogni valore della x risulta $y < 0$.

Pertanto solo se stiamo risolvendo la disequazione

$$ax^2 + bx + c < 0$$

questa ammette soluzioni ($\forall x \in \Re$), mentre nell' altro caso non abbiamo soluzioni.

Esempio Risolvere la disequazione:

$$x^2 - 3x - 4 > 0$$

La curva di equazione:

$$y = x^2 - 3x - 4$$

è una parabola che interseca l' asse delle x nei punti di ascissa $x_1 = -1$ e $x_2 = 4$ e l' asse delle y nel punto di ordinata -4.

Osservando il grafico di figura (5.7) si vede subito che la disequazione è verificata per $x < -1$ e per $x > 4$.

Esempio Risolvere la disequazione:

$$x^2 + 2x + 3 < 0$$

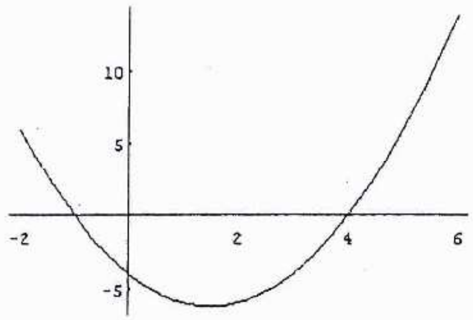

Figure 5.7: $x^2 - 3x - 4 > 0$

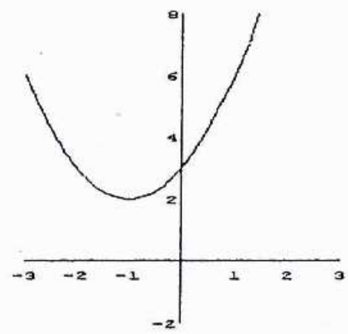

Figure 5.8: $x^2 + 2x + 3 < 0$

La parabola:

$$y = x^2 + 2x + 3$$

non interseca l' asse delle x mentre interseca l' asse delle y nel punto di ordinata 3.

Dal grafico di figura (5.8) si vede che la disequazione non ammette soluzioni.

Esempio Risolvere la disequazione

$$-x^2 + 2x - 1 < 0$$

La parabola:

$$y = -x^2 + 2x - 1$$

interseca l' asse x nel solo punto di ascissa 1 e l' asse delle y nel punto di ordinata -1.

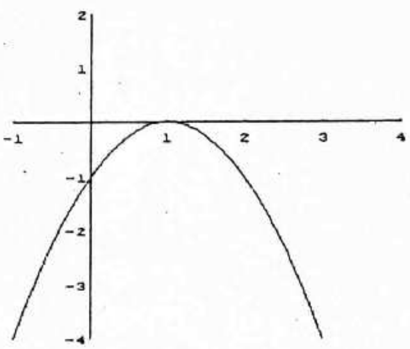

Figure 5.9: $-x^2 + 2x - 1 < 0$

Si vede dalla figura 5.9 che la disequazione è soddisfatta per ogni valore della x diverso da 1.

Esempio Risolvere il sistema:

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x - 2 > 0 \\ -\frac{x}{4} + 1 < 0 \end{cases}$$

Risolviamo ora graficamente questo sistema; nel prossimo paragrafo vedremo anche un metodo algebrico di risoluzione.

Tracciata la parabola $y = 3x^2 - 5x - 2$ e la retta $y = -\frac{x}{4} + 1$, si vede dalla figura (5.10) che il sistema è soddisfatto per:

$$x > 4$$

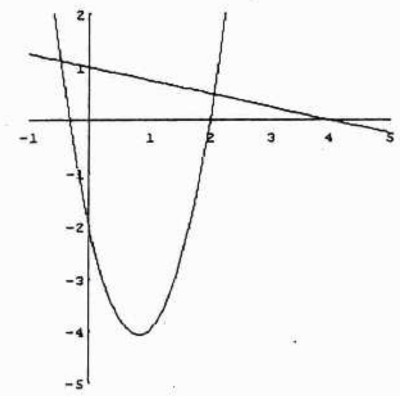

Figure 5.10: Sistema di disequazioni

5.3 Sistemi di disequazioni.

Definizione Più disequazioni razionali intere, con una sola variabile, le quali debbono essere soddisfatte contemporaneamente, costituiscono un *sistema di disequazioni* razionali intere.

Definizione Ogni soluzione comune a tutte le disequazioni di un sistema si chiama *soluzione del sistema*.

Definizione *Risolvere un sistema di disequazioni* vuol dire trovare tutte le soluzioni del sistema.

In generale, per risolvere un sistema di disequazioni, si risolvono ad una ad una le disequazioni date, quindi si esamina se vi sono soluzioni comuni alle disequazioni del sistema. Se ciò accade, queste soluzioni comuni danno le soluzioni del sistema; se invece non esistono soluzioni comuni, si dice che il sistema è *impossibile* o che le disequazioni sono fra loro *incompatibili*.

Esempio Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 > 0 \\ 2x^2 - 15x + 7 < 0 \end{cases}$$

La prima disequazione è soddisfatta per:

$$x < 3 \text{ e per } x > 5$$

la seconda disequazione è soddisfatta per:

$$\frac{1}{2} < x < 7$$

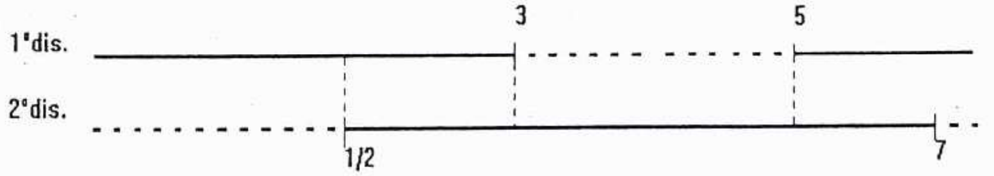

Figure 5.11: Sistema di disequazioni

Rappresentando in figura (5.11) con un tratto continuo gli intervalli dove sono soddisfatte le disequazioni si deduce che il sistema dato è soddisfatto per

$$\frac{1}{2} < x < 3, \qquad 5 < x < 7$$

Esempio Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 - 1 < 0 \\ x^2 - 9 < 0 \\ x - 7 > 0 \end{cases}$$

La prima disequazione è soddisfatta per:

$$-1 < x < 1$$

la seconda disequazione per:

$$-3 < x < 3$$

e la terza per:

$$x > 7$$

Allora, come si vede facilmente dalla figura (5.12), dove abbiamo di nuovo segnato con tratto continuo gli intervalli dove sono soddisfatte le disequazioni, si deduce che il sistema non ha soluzioni (si dice che l' insieme S delle soluzioni è vuoto, cioè $S = \emptyset$), cioè le disequazioni sono fra loro incompatibili.

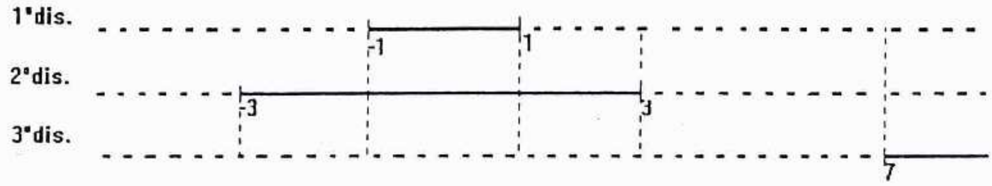

Figure 5.12: Sistema di disequazioni

5.4 Disequazioni razionali fratte.

Ogni disequazione razionale fratta, cioè ogni disequazione nella quale compaiono divisori contenenti l' incognita, si può sempre,trasportando tutti i termini al primo membro, ed eseguendo dopo di ciò le operazioni indicate, scrivere sotto la forma:

$$\frac{A(x)}{B(x)} > 0 \tag{5.7}$$

dove $A(x)$, $B(x)$ denotano due polinomi nella variabile x.

La disequazione (5.7) è soddisfatta per quei valori della x per i quali i due ppolinomi $A(x)$, $B(x)$ assumono valori dello stesso segno, cioè le soluzioni della (5.7) sono date dalle soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$$

e da quelle del sistema:

$$\begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$$

Si vede così che la soluzione di una disequazione razionale fratta è ricondotta alla risoluzine di due sistemi di disequazioni razionali intere.

Esempio Risolvere la disequazione:

$$\frac{11}{2x+3} < \frac{5}{2-x} \tag{5.8}$$

Trasportando tutti i termini nel primo membro ed eseguendo le operazioni indicate, si ottiene:

$$\frac{21x-7}{2x^2-x-6}>0$$

Dobbiamo quindi determinare le soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} 21x-7>0 \\ 2x^2-x-6>0 \end{cases}$$

e quelle del sistema:

$$\begin{cases} 21x-7<0 \\ 2x^2-x-6<0 \end{cases}$$

Risolvendo i due sistemi si trova che il primo è soddisfatto per tutti i valori della x per i quali è:

$$x>2$$

e il secondo per tutti i valori della x per i quali è:

$$-\frac{3}{2}<x<\frac{1}{3}$$

Si conclude dunque che la disequazione (5.8) è soddisfatta per:

$$\left\{-\frac{3}{2}<x<\frac{1}{3}\right\}\cup\{x>2\}$$

Osservazione La risoluzione di una disequazione fratta si rende più spedita ricorrendo alla rappresentazione grafica ovvero all' uso del **metodo dei segni**. Precisamente: sopra una retta si segna con tratto continuo l' intervallo o gli intervalli dove il polinomio numeratore risulta positivo, e con tratti punteggiati l' intervallo o gli intervalli ove risulta negativo. La stessa cosa si fa, sopra una seconda retta, per il polinomio denominatore. Dopo di ciò si rilavano subito assai facilmente quali sono gli intervalli dove i due polinomi asumono valori di segno contrario.

Per il caso trattato, (5.8), si ha la figura 5.13 e si vede subito che entrambi i polinomi risultano entrambi positivi per

$$x>2$$

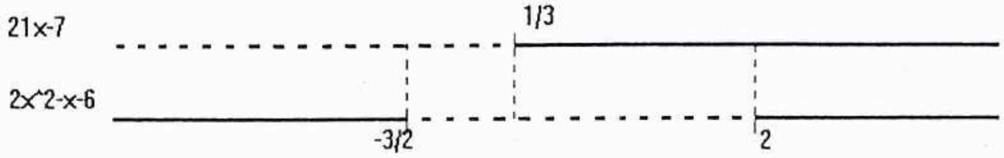

Figure 5.13: Sistema di disequazioni

ed entrambi negativi per

$$-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{3}$$

Quindi la disequazione (5.8) è soddisfatta per

$$\left\{-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{3}\right\} \cup \{x > 2\}$$

Esempio Risolvere la disequazione

$$\frac{4}{x+2} > 3 - \frac{x}{x-1}$$

Trasportando tutti i termini nel primo membro ed eseguendo i calcoli, si ottiene:

$$\frac{-2x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} > 0$$

Applicando, molto semplicemente, il metodo dei segni, poichè il trinomio $-2x^2 + 3x + 2$ è positivo per i valori interni all' intervallo delle sue radici, che sono $-\frac{1}{2}$ e 2, e negativo per i valori esterni a tale intervallo, mentre il trinomio $x^2 + x - 2$ risulta positivo per i valori esterni all' intervallo delle sue radici che sono (che sono 1 e -2) e negativo al contario, si ha la seguente rappresentazione grafica della figura 5.14, dalla quale risulta che la disequazione è soddisfatta per

$$-2 < x < -.\frac{1}{2} \qquad \text{e per} \qquad 1 < x < 2$$

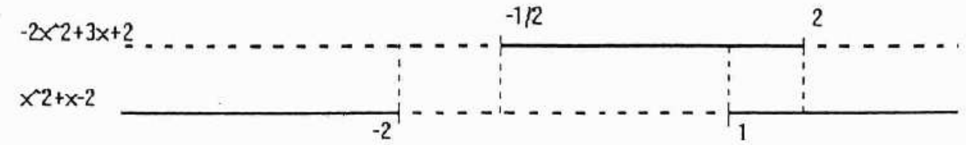

Figure 5.14: Sistema di disequazioni

5.4.1 Esercizi di verifica.

Esercizio Risolvere le seguenti equazioni fratte:

$\frac{2x(x+4)}{x-2} - \frac{5(x+4)}{x-2} - 3x = 12$ $\quad [1; -4]$
$\frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1}{x-1} - 1$ $\quad \left[2 \pm \sqrt{5}\right]$
$\frac{x^2-8x-1}{x^2-4} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-2}{x+2}$ $\quad [\pm 1]$
$\frac{x-3}{x-1} + \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{x+2}{x+1}$ $\quad [0; 3]$
$\frac{4x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$ $\quad$ [Impossibile]

Esercizio Risolvere le seguenti disequazioni di 2° grado:

$2x \geq \frac{4x-1}{2} + \frac{x^2-7}{4}$ $\quad [-3 \leq x \leq 3]$
$3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 > \left(x - \frac{1}{9}\right)(x-3)$ $\quad \left[x < -\frac{23}{9}; x > 0\right]$

Esercizio Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni di 2° grado:

$$\begin{cases} 3\,(4x+1)(4x-1) > 6 - x^2 \\ 3\,(x^2 - 2 < 43) \end{cases} \qquad \left[-\frac{7}{\sqrt{3}} < x < -\frac{3}{7}; \frac{3}{7} < x < \frac{7}{\sqrt{3}}\right]$$

$$\begin{cases} 2x \geq \frac{2(x-2)}{3} + x - 1 + \frac{x+1}{2} \\ 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 > \left(x - \frac{1}{9}\right)(x-3) \end{cases} \qquad \left[x < -\frac{23}{9}; 0 < x \leq 17\right]$$