

PROGRAMMA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I A.A. 2008/09

Elementi di teoria degli insiemi. Simbolo di appartenenza, sottoinsiemi. Operazioni fra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Applicazioni, grafico di un'applicazione, applicazioni iniettive, suriettive, biiettive, composte, inverse. Cenni di logica.

Numeri reali. Assiomi dei numeri reali, valore assoluto, intervalli, sottoinsiemi limitati superiormente (inferiormente). Massimo e minimo, estremo superiore e estremo inferiore. L'insieme dei numeri reali esteso. Principio di induzione. Formula del binomio di Newton. Potenze e radici di un numero reale, logaritmi. Topologia sulla retta: intorno di un punto, punto di accumulazione, punto isolato, punto interno, insiemi aperti e insiemi chiusi.

Generalità sulle funzioni reali di una variabile reale. Funzioni monotone, funzioni limitate superiormente (inferiormente), massimo e minimo assoluto di una funzione, massimo e minimo relativo di una funzione. Grafico di una funzione, funzioni pari, dispari, periodiche. Operazioni con le funzioni. Funzioni elementari: valore assoluto, funzioni polinomiali, razionali; funzioni potenze; funzione esponenziale, logaritmo; funzioni trigonometriche e loro inverse; funzioni iperboliche. Grafici deducibili da un grafico noto mediante semplici trasformazioni geometriche. Funzioni definite a tratti.

Limiti. Definizione di limite di una funzione, unicità del limite, limite della restrizione di una funzione, limite destro e sinistro, operazioni con i limiti, teorema dei carabinieri, teorema del limite del prodotto di una funzione infinitesima per una limitata, teorema della permanenza del segno (con dimostrazione). Esistenza del limite destro e sinistro delle funzioni monotone. Cenni sul limite di una funzione composta. Limiti notevoli (con dimostrazione solo per $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$). Infinitesimi, parte principale, confronto di infinitesimi, principio di sostituzione degli infinitesimi (con dimostrazione). Infiniti, parte principale, confronto di infiniti, principio di sostituzione degli infiniti. Il simbolo "o" piccolo. Operazioni con gli "o" piccolo. Funzioni continue, continuità della funzione composta. Classificazione dei punti di discontinuità. Teorema di Bolzano o degli zeri. Teorema dei valori intermedi, esistenza di radici di un polinomio di grado dispari. Teorema del punto fisso. Procedimento per approssimare gli zeri di una funzione continua. Teorema di Weierstrass. Continuità della funzione inversa. Funzioni uniformemente continue, teorema di Heine.

Derivate. Definizione e significato geometrico della derivata, teorema della continuità di una funzione derivabile in un punto (con dimostrazione), regole di derivazione. Derivazione della funzione composta, derivazione della funzione inversa. Derivate successive. Differenziale. Teorema di Fermat (con dimostrazione). Teorema di Rolle (con dimostrazione). Teorema di Lagrange (con dimostrazione) e corollari (con dimostrazione). Criterio di monotonia (con dimostrazione) e criterio di stretta monotonia. Teorema di Cauchy (con

dimostrazione). Funzioni convesse e funzioni concave in un intervallo. Funzioni convesse derivabili, funzioni convesse derivabili due volte. Teoremi di de l'Hôpital (con dimostrazione solo per la forma $\frac{0}{0}$). Formula di Taylor. Teorema di Taylor: il resto è $o((x - x_0)^n)$ se n è il grado del polinomio di Taylor (con dimostrazione). Formula di Mac Laurin. Applicazioni al calcolo di limiti. Resto nella forma di Peano e nella forma di Lagrange: applicazioni per calcoli approssimati. Applicazioni della Formula di Taylor allo studio di funzioni. Definizione di punto di flesso. Definizione degli asintoti. Studio del grafico di una funzione.

Integrali indefiniti. Definizione di primitiva di una funzione. Integrale indefinito, regole di integrazione immediata, regole di integrazione per scomposizione, per parti e per sostituzione.

Matrici. operazioni tra matrici, determinante, caratteristica.

Sistemi lineari. Teorema di Rouché-Capelli (con dimostrazione). Teorema di Cramer. Metodo di eliminazione di Gauss. Sistemi lineari omogenei. Inversa di una matrice.

Geometria analitica. Coordinate cartesiane nel piano e nello spazio. Vettori, prodotto scalare, vettoriale, misto. Combinazione lineare di vettori.

i) Geometria analitica nel piano. Coordinate polari. Cambiamenti di riferimento. Equazioni parametriche e cartesiana della retta, parallelismo e perpendicolarità tra rette. Angolo tra due rette, coefficiente angolare. Distanze.

ii) Geometria analitica nello spazio. Equazioni parametriche della retta, equazioni parametriche e cartesiana del piano. Parallelismo e perpendicolarità tra piani. Equazioni cartesiane della retta. Fascio di piani. Parallelismo e perpendicolarità tra rette. Parallelismo e perpendicolarità tra una retta e un piano. Problemi angolari. Rette sghembe. Distanze.

Definizione di spazio vettoriale. Generatori, base, dimensione. Sottospazi vettoriali. Applicazioni lineari. Matrice associata. Nucleo e immagine. Teorema della nullità più rango. Autovalori e autovettori. Polinomio caratteristico. Diagonalizzazioni di matrici e di endomorfismi.

Testi consigliati

A. Nannicini, L. Verdi, S. Vessella *Note ed esercizi svolti di Calcolo I* Pitagora editrice.

G. Anichini, G. Conti *Calcolo II* Pitagora editrice.

A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di Geometria analitica* Pitagora editrice.