

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale,
Corso di Laurea in Informatica
Martedì, 11 gennaio 2000

A) Sia

$$f(x) = (x + 3)^{1/3} \left(x - \frac{3}{5}\right)^{-4/3} \exp\{2 \ln |x - 1|\}.$$

Determinare:

1. i punti in cui f è continua;
2. i punti in cui f è derivabile;
3. gli eventuali punti di estremo relativo;
4. gli eventuali asintoti.

Disegnare il grafico di f .

B) Sia dato il grafico di $g(x)$ come in figura. Disegnare il grafico di $g'(x)$.

C) Dimostrare che la seguente disuguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$

vale per ogni $n = 1, 2, \dots$.

D) Stabilire per quali valori reali del parametro x la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^{n(x+2)}}{3 + 7^{nx^2}}$$

converge.