Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 20 giugno 2000
Corso di Laurea in Informatica

1) Stabilire per quali $p \geq 0$ vale la disuguaglianza

$$(1+x)^p \leq 1 + x^p \quad \text{per ogni } x \geq 0.$$

2) Al variare di $x \in \mathbb{R}$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(x^n)}{(1+x)^n}.$$

3) Sia $f(x) = \max(\sin x, \cos x)$ (per es. $f(0) = \max(0,1) = 1$).
Determinare estremi locali ed assoluti di f.
Disegnare il grafico di f.

4) Sia $\{a_n\}$ la successione definita per ricorrenza da:

$$a_0 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2+a_n}, \; n = 1, 2, 3, \cdots .$$

Dimostrare che a_n converge e calcolare il limite.
Determinare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 20 giugno 2000
Corso di Laurea in Informatica

1) Stabilire per quali $p \geq 0$ vale la disuguaglianza

$$(1+x)^p \leq 1 + x^p \quad \text{per ogni } x \geq 0.$$

2) Al variare di $x \in \mathbb{R}$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(x^n)}{(1+x)^n}.$$

3) Sia $f(x) = \max(\sin x, \cos x)$ (per es. $f(0) = \max(0,1) = 1$).
Determinare estremi locali ed assoluti di f.
Disegnare il grafico di f.

4) Sia $\{a_n\}$ la successione definita per ricorrenza da:

$$a_0 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2+a_n}, \; n = 1, 2, 3, \cdots .$$

Dimostrare che a_n converge e calcolare il limite.
Determinare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.