

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 6 settembre 2000  
Corso di Laurea in Informatica

1) Siano

$$a_n = \frac{1}{5^n}, \quad b_n = \frac{1}{11^n}, \quad c_n = \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k}.$$

Calcolare  $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n$ .

Sia

$$f(x) = 2^{-x^2}, \quad x \in (-\infty, +\infty).$$

2) Disegnare (con cura) il grafico delle seguenti funzioni di  $x$  :

(i)  $f(x)$ ; (ii)  $f(x - 5)$ ; (iii)  $f(5x)$ ; (iv)  $5f(x)$ ; (v)  $f(5x - 10)$ .

3) Disegnare (con cura) il grafico delle seguenti funzioni di  $x$  :

(i)  $f(1/x)$ ; (ii)  $f(\sqrt{x})$ ; (iii)  $10f(x) - 5$ ; (iv)  $|10f(x) - 5|$ ; (v)  $f^{-1}(x)$  — la funzione inversa di  $f$  ristretta a  $(-\infty, 0]$ .

4) Sia  $p > 1$  un numero reale. Determinare la funzione definita per  $x \geq 0$  da:

$$f_p(x) = \sup_{t \geq 0} \left\{ xt - \frac{t^p}{p} \right\}.$$