

Prova teorica di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 12 giugno 2003
Corso di Laurea in Informatica

NOME E COGNOME:

1) Se a_n è una successione tale che $\max\{a_n\} = 1$, quale delle seguenti affermazioni è vera:

(a) $a_n < 1 \quad \forall n$;

(b) $\exists \epsilon > 0$ t.c. $a_n + \epsilon > 1 \quad \forall n$;

(c) $\exists \epsilon > 0$ t.c. $a_n - \epsilon < 1 \quad \forall n$;

(c) $\exists n$ t.c. $a_n = 1$.

2) Trovare due funzioni (derivabili) f e g per cui sia falsa l'implicazione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

.

3) Dimostrare che se $f(x) = o(g(x))$ per $x \rightarrow 1$ allora $f(x)g(x) = o(g(x)^2)$.

4) Enunciare il Teorema di Lagrange.

5) Data una funzione continua $f : R \rightarrow R$ t.c. $xf(x) > 0 \forall x \in R$, dimostrare che f ha almeno uno zero e, se possibile, calcolarlo.

6) Una funzione $f : [-2, 2] \rightarrow R$ è derivabile due volte in -1 se:

7) Data una funzione f , quale delle seguenti affermazioni è implicata dalla condizione $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)| = +\infty$

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

(c) $\nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)} = 0$

8) (Definizione) Si dice che 3 è un punto di minimo assoluto per f se:

9) Quali delle seguenti funzioni sono $O(x^2 - 1)$ per $x \rightarrow -\infty$:

(a) $x \ln(x^2 + 1)$

(b) $x^2 \ln(x)$

(c) $x^2 \sin(2x)$

(d) $x^3 \sin(1/x)$

10) Se la retta $2x + 3$ è l'asintoto in $+\infty$ di una funzione f , quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ supponendo che esista.