Prova Teorica di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 15 gennaio 2002
Corso di Laurea in Informatica

NOME E COGNOME:

1) (Definizione). Si dice che $f(x) = O(1)$ per $x \rightarrow 3$ se

2) Dimostrare che se $f(x) = o(1)$ e $g(x) = O(1)$ per $x \rightarrow 1$ allora $f(x)g(x) = o(1)$ per $x \rightarrow 1$.

3) La proposizione: “ $\frac{1}{f(x)} = O(1)$ per $x \rightarrow 0$ ” implica una sola delle seguenti proposizioni. Indicare quale.

- (a) $f(x) \rightarrow +\infty$ per $x \rightarrow 0$;
- (b) $f(x)$ non tende a 0 per $x \rightarrow 0$;
- (c) $f(x)$ è limitata in un intorno di $x = 0$;
- (d) $f(x)$ non è limitata in nessun intorno di $x = 0$.

4) La proposizione: “ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ ” implica una sola delle seguenti proposizioni. Indicare quale.

(a) $\forall \varepsilon > 0, \exists K$ tale che $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x > K$;

(b) $\forall K, \exists \varepsilon > 0$ tale che $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x < K$;

(c) $\forall \varepsilon > 0, \exists K$ tale che $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x < K$;

(d) $\forall \varepsilon > 0, \forall K$ risulta che $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x > K$.

5) (Definizione). Si dice che una funzione f è derivabile nell'intervallo $[a, b]$ se

6) Enunciare il Teorema di Weierstrass.

7) (Definizione). Si dice che $x = 5$ è un punto di concavità per una funzione f se

8) Sia definita la successione per ricorrenza:

$$x_1 = 2 \quad x_{n+1} = \frac{3}{2} x_n + \frac{5}{3x_n^2}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Supponendo che x_n converge, calcolarne il limite.

9) Si consideri l'equazione algebrica $x^3 + x - 1 = 0$.

(i) Dimostrare che essa ha *una sola* radice r nell'intervallo $]0, 1[$.

(ii) Approssimare r con un errore inferiore a $1/16 = 0.0625$.

10) Dimostrare che esiste $c \in]0, 1[$ tale che $\sin(1) = \cos(c)$.