

Prova Teorica di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 15 gennaio 2002
Corso di Laurea in Informatica

NOME E COGNOME:

1) (Definizione). Si dice che $f(x) = o(1)$ per $x \rightarrow 3$ se

2) Dimostrare che se $\lim a_n = A$ e $\lim b_n = B$, allora $\lim(a_n b_n) = A B$.

3) La proposizione: " $\frac{1}{f(x)} = o(1)$ per $x \rightarrow 0$ " implica una sola delle seguenti proposizioni. Indicare quale.

(a) $|f(x)| \rightarrow +\infty$ per $x \rightarrow 0$;

(b) $f(x)$ non tende a 0 per $x \rightarrow 0$;

(c) $f(x)$ è limitata in un intorno di $x = 0$;

(d) $f(x)$ non è limitata in nessun intorno di $x = 0$.

4) La proposizione: " $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ " implica una sola delle seguenti proposizioni. Indicare quale.

- (a) $\forall \varepsilon, \exists K$ tale che $f(x) > \varepsilon \forall x > K$;
- (b) $\forall K, \exists \varepsilon > 0$ tale che $f(x) > K \forall 0 < |x - a| < \varepsilon$;
- (c) $\forall \varepsilon > 0, \exists K$ tale che $f(x) < \varepsilon \forall 0 < |x - a| < K$;
- (d) $\forall \varepsilon > 0, \forall K$ risulta che $f(x) < \varepsilon \forall x > K$.

5) (Definizione). Si dice che una funzione f è continua nel punto x_0 se

6) Enunciare il Teorema di Rolle.

7) (Definizione). Si dice che $x = 5$ è un punto di flesso per una funzione f se

8) Sia definita la successione per ricorrenza:

$$x_1 = 2 \quad x_{n+1} = \frac{4}{5} x_n + \frac{2}{5x_n^4}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Supponendo che x_n converge, calcolarne il limite.

9) Dimostrare con degli esempi che, se $f''(1) = 0$, non è detto che il punto $x = 1$ sia un punto di flesso per f .

10) Sia $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$.

- (a) Dimostrare che f non è invertibile in $(-\infty, +\infty)$;
- (b) determinare gli intervalli massimali in cui f è invertibile.