Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 9 settembre 2002
Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PARTE

1) Calcolare:

(a) $D\left\{\dfrac{1}{(x+2)^{3x^2}}\right\}$;

(b) $D\{\tan(\frac{\arctan(2x)}{x})\}$.

2) Data la funzione $f(x) = \arctan(x^3) + x^3$,

(a) dimostrare che è invertibile su R;

(b) stabilire quale dei seguenti tre punti è sul grafico di f^{-1}:
$(1,\ \pi/4 + 1)$, $(\pi/4 + 1,\ 1)$, $(\pi/4$ - 1, -1$)$;

(c) scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f^{-1} nel punto individuato al passo precedente.

3) Calcolare

$$\lim_{x\to\pi} \frac{(1-\cos(2x))(x-\pi)^2}{(\sin(x/2)-1)^2}.$$

4) Sia $f(x) = \dfrac{1}{\log_2(x^2)} + \log_2(4x^2)$.

(a) Determinare il dominio di f;

(b) calcolare i limiti ai bordi del dominio e gli eventuali asintoti;

(c) calcolare $f'(x)$, studiarne il segno ed individuare gli eventuali estremi relativi di f;

(d) calcolare $f''(x)$ e dimostrare che esiste un flesso negli intervalli $\{x \mid x > \sqrt{2}\}$ e $\{x \mid x < -\sqrt{2}\}$;

(d) disegnare il grafico di f.

NOME E COGNOME:

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 9 settembre2002
Corso di Laurea in Informatica

SECONDA PARTE

1) Quale delle seguenti affermazioni è vera per ogni funzione f continua e invertibile sull'intervallo [a,b]:

(a) f ha almeno un massimo in]a,b[;

(b) f è monotona;

(c) $f' < 0$ su]a,b[;

(d) $f'' > 0$ su]a,b[.

2) Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono corrette: $\ln x$ è ...

(a) $o(x)$ per $x \to \infty$;

(b) $o(x)$ per $x \to 0^+$;

(c) $o(\sqrt[3]{x-1})$ per $x \to 1$;

(d) $o(1)$ per $x \to \infty$.

3) Enunciare il Teorema dei carabinieri o del confronto per successioni.

4) Se 5 è uno dei valori assunti da una funzione f, definita sull'intervallo [0,1], 5 non è un minimo per f se:

5)) Data una successione a_n, quale delle seguenti affermazioni è implicata dalla condizione $\forall n > 100\ |a_n| < 1$:

(a) $\sup_{n \in N} a_n < 1$

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \geq 1$

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n < 1$

(d) $\inf_{n \in N} a_n \leq 1$

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 9 settembre 2002
Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PARTE

1) Calcolare:

(a) $D\left\{\dfrac{1}{(x+3)^{2x^2}}\right\}$;

(b) $D\{\tan(\frac{\arctan(3x)}{x})\}$.

2) Data la funzione $f(x) = \arctan(x^3) + x^3$,

(a) dimostrare che è invertibile su R;

(b) stabilire quale dei seguenti tre punti è sul grafico di f^{-1}:
(-1, -π/4 - 1), (π/4 - 1, 1), (-π/4 - 1, -1);

(c) scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f^{-1} nel punto individuato al passo precedente.

3) Calcolare

$$\lim_{x\to-\pi} \frac{(1-\cos(2x))(x+\pi)^2}{(\sin(x/2)+1)^2}.$$

4) Sia $f(x) = \dfrac{1}{\log_3(x^2)} + \log_3(9x^2)$.

(a) Determinare il dominio di f;

(b) calcolare i limiti ai bordi del dominio e gli eventuali asintoti;

(c) calcolare $f'(x)$, studiarne il segno ed individuare gli eventuali estremi relativi di f;

(d) calcolare $f''(x)$ e dimostrare che esiste un flesso negli intervalli $\{x \mid x > \sqrt{3}\}$ e $\{x \mid x < -\sqrt{3}\}$;

(d) disegnare il grafico di f.