Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 8 gennaio 2001
Corso di Laurea in Informatica

1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{[x]+1}{x}$$

nel suo dominio di definizione, completa di *eventuali* estremi relativi, punti di flesso ed asintoti. Si ricorda che $[x] =$ il più grande intero $\leq x$.

2) Siano A, B, C e D quattro numeri distinti e maggiori di 1.

Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{A^n + B^n}{C^n + D^n}.$$

3) Sia $f(x) = x + 2^x - 1$ per $x \in (-\infty, +\infty)$.

(i) Dimostrare che f è invertibile in $(-\infty, +\infty)$ e determinare il dominio di f^{-1};

(ii) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 nel punto $x = 0$ per f^{-1}.

4) Sia

$$f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x, \; x \in (0, +\infty).$$

(i) Calcolare $\lim_{x\to+\infty} f(x)$;

(ii) calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$;

(iii) dimostrare che f è crescente in $(0, +\infty)$.

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 8 gennaio 2001
Corso di Laurea in Informatica

1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{[x]-1}{x}$$

nel suo dominio di definizione, completa di *eventuali* estremi relativi, punti di flesso ed asintoti. Si ricorda che $[x] =$ il più grande intero $\leq x$.

2) Siano A, B, C e D quattro numeri positivi distinti e minorii di 1.

Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{A^n + B^n}{C^n + D^n}.$$

3) Sia $f(x) = x + 3^x - 1$ per $x \in (-\infty, +\infty)$.

(i) Dimostrare che f è invertibile in $(-\infty, +\infty)$ e determinare il dominio di f^{-1};

(ii) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 nel punto $x = 0$ per f^{-1}.

4) Sia

$$f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x, \; x \in (0, +\infty).$$

(i) Calcolare $\lim_{x\to+\infty} f(x)$;

(ii) calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$;

(iii) dimostrare che f è crescente in $(0, +\infty)$.