Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 22 gennaio 1999
Corso di Laurea in Informatica

A) Sia
$$f(x) = x - \frac{1}{\pi}\arctan(\tan(\pi x)).$$
Determinare il dominio, gli eventuali estremi, relativi o assoluti, flessi ed asintoti di $f(x)$. Disegnare il grafico di f.

B) Sia data la successione:
$$a_n = \frac{1}{\log_2 \binom{2n}{n}}.$$

(1) Determinare l'ordine di infinitesimo di a_n per $n \to +\infty$.
(2) Determinare per quali $t \in \mathbb{R}$ la serie
$$\sum_{n=2}^{+\infty} a_n t^n$$
converge.

C) Risolvere la seguente disequazione:
$$\sqrt[4]{x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6} < \sqrt{\sqrt{6} - x^2}.$$

D) Sia $\{a_n\}_{n=0,1,\ldots}$ la successione definita per ricorrenza da
$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = -\sin(a_n),\ n = 0, 1, \ldots.$$

(1) Dimostrare che a_n converge e calcolarne il limite.
(2) Determinare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 16 febbraio 1999
Corso di Laurea in Informatica

A) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x) = \frac{1}{2}\arctan(x^2) - \arctan(x).$$

(1) Disegnare il grafico di f (non è richiesta la derivata seconda.)
(2) Stabilire se f sia invertibile su $\mathbb{R}$ e determinare il dominio della funzione inversa f^{-1}.
(3) Determinare il dominio di Df^{-1}, la derivata di f^{-1}.
(4) Calcolare $Df^{-1}(0)$.

B) Calcolare

$$(1) \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2\,[\arctan(1+x)-\arctan x]$$

e studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie

$$(2) \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}[\arctan(1+n^\alpha)-\arctan(n^\alpha)]$$

C) Sia $f(x) = x^3-11x^2+7x+5$, $x \in \mathbb{R}$. Disegnare il grafico della funzione di $t \in \mathbb{R}$ definita da: $g(t) =$ numero di radici distinte dell'equazione $f(x) = t$.

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 16 febbraio 1999
Corso di Laurea in Informatica

A) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{2}\arctan(x^2)-\arctan(x).$$

(1) Disegnare il grafico di f (non è richiesta la derivata seconda.)
(2) Stabilire se f sia invertibile su $\mathbb{R}$ e determinare il dominio della funzione inversa f^{-1}.
(3) Determinare il dominio di Df^{-1}, la derivata di f^{-1}.
(4) Calcolare $Df^{-1}(0)$.

B) Calcolare

$$(1) \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2\,[\arctan(1+x)-\arctan x]$$

e studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie

$$(2) \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}[\arctan(1+n^\alpha)-\arctan(n^\alpha)]$$

C) Sia $f(x) = x^3-11x^2+7x+5$, $x \in \mathbb{R}$. Disegnare il grafico della funzione di $t \in \mathbb{R}$ definita da: $g(t) =$ numero di radici distinte dell'equazione $f(x) = t$.

Analisi Matematica I: Calcolo Differenziale
Corso di Laurea in Informatica
Appello del giugno 1999

1) Studiare la funzione definita da

$$f(x) = (x-1)^{2/5}(x+1)^{1/3}(x+4)^{4/15},$$

completa di eventuali estremi relativi, flessi ed asintoti. Disegnarne il grafico.

2) Sia

$$s = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}.$$

(i) Dimostrare che $s < +\infty$;
(ii) dimostrare che $1 < s < 2$.

3) Sia $f(x)$ definita da:

$$f(x) + \log f(x) = x.$$

(i) Calcolare $\lim_{x\to-\infty} f(x)$;
(ii) calcolare f'(1) ed f"(1).

4) Siano α, β, γ e δ numeri positivi. Stabilire in quali casi converga la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha + n^\beta}{n^\gamma + n^\delta}.$$

Analisi Matematica I: Calcolo Differenziale
Corso di Laurea in Informatica
Appello del ? giugno 1999

1) Studiare la funzione definita da

$$f(x) = (\sin x)^{5/3} \cdot (\cos x)^{1/3},$$

completa con gli eventuali estremi relativi, flessi ed asintoti. Disegnarne il grafico.

2) Determinare il carattere della serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x^n}{(\log n)^{\log n}}$$

al variare di $x \in \mathbf{R}$.

3) Sia $f(x)$ definita da:

$$x^2 \sin f(x) = f(x)^2, \quad f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}.$$

Calcolare se esiste il

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(\frac{\pi}{2}+h) - \frac{\pi}{2}}{h}.$$

4) Siano a, b, c e d numeri positivi. Stabilire in quali casi converga la serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^n + b^n}{c^n + d^n}.$$

Analisi Matematica I: Calcolo Differenziale
Corso di Laurea in Informatica
Appello del 14 settembre 1999

1) Sia

$$f(x) = \frac{\sin(2\pi x)}{[x]},$$

dove $[x]$ = parte intera di x.

a) Determinare l'insieme di definizione di f e gli insiemi in cui essa è continua e derivabile, rispettivamente.

b) Determinare gli estremi relativi ed assoluti di f e disegnarne il grafico.

2) Sia x un parametro reale.

a) Determinare gli x per i quali converge serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n-x}{1+n^2-2nx+x^2}.$$

b) Sia

$$g(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n-x}{1+n^2-2nx+x^2};$$

Calcolare $g(x+1)+g(x)$.

3) Determinare estremi relativi ed eventuali asintoti della seguente funzione:

$$h(x) = \log_{(\log x)} x.$$

Disegnare il grafico di h.

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 9 ottobre 1999
Corso di Laurea in Informatica

1) Nel piano cartesiano siano dati i due punti $A = (0, 8)$ e $B = (12, 4)$. Determinare il punto P sull'asse delle x che rende minima la lunghezza della spezzata APB.

2) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare il carattere della serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \{ \sqrt{(\alpha^2 + \frac{1}{n^2} - 1)^2 + \frac{1}{n^2}} + (\alpha^2 + \frac{1}{n^2} - 1) \}.$$

3) Studiare la seguente funzione, completa di eventuali estremi locali ed asintoti, e disegnarne il grafico:

$$f(x) = 4\sin^2 x + \frac{1}{4\sin^2 x}.$$

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, 9 ottobre 1999
Corso di Laurea in Informatica

1) Nel piano cartesiano siano dati i due punti $A = (0, 8)$ e $B = (12, 4)$. Determinare il punto P sull'asse delle x che rende minima la lunghezza della spezzata APB.

2) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare il carattere della serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \{ \sqrt{(\alpha^2 + \frac{1}{n^2} - 1)^2 + \frac{1}{n^2}} + (\alpha^2 + \frac{1}{n^2} - 1) \}.$$

3) Studiare la seguente funzione, completa di eventuali estremi locali ed asintoti, e disegnarne il grafico:

$$f(x) = 4 \sin^2 x + \frac{1}{4 \sin^2 x}.$$