Analisi Matematica I: Calcolo differenziale, CdL Informatica, a.a. 1998-98.

23 novembre 1998

Stabilire se le serie seguenti convergano o no.

(1a) $$\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{3n}{2n}^{-1}.$$

(1b) $$\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{3n}{2n}^{-1} x^n.$$

(2a) $$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{2^{[\log_2 n]}}.$$

(2b) $$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{2^{\alpha[\log_2 n]}},\ \alpha > 0.$$

dove $[x]$ = parte intera di x.

(3a) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, dove a_n è definita per ricorrenza da:

$$a_1 = \frac{1}{2},\quad a_{n+1} = -1 + \frac{1}{a_n + 1},\ n = 1, 2, \ldots.$$

(3b) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, dove a_n è definita per ricorrenza da:

$$a_1 = 2,\quad a_{n+1} = \sin(\frac{a_n}{2}),\ n = 1, 2, \ldots.$$

(4a) $$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{k(k+3)}.$$

(4b) Usando le serie telescopiche, calcolare la somma della serie (4a).

(5a) $$\sum_{n=0}^{+\infty} 2^{n!-(n+1)!}.$$

(5b) $$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{(\log_2 n)^2 \log_2(7 + 11^n)}.$$

(6a) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\log(n+1)}.$$

(6b) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\{\log(n+1)\}^{\alpha}}.$$

(7a) Calcolare la somma della serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} q^{2n+1}.$$

(7b) Sia α un numero la cui rappresentazione binaria è: $0.10101010\ldots$; scrivere α come rapporto di due numeri interi.

(8a) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \{(2n)!\}^{-\frac{1}{n}}.$$

(8b) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \{n!\}^{-\frac{1}{n}}.$$