

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo integrale, 6 settembre 2000
Corso di Laurea in Informatica

1) Con l'ausilio della formula di Taylor, determinare per quali numeri reali p positivi vale la disuguaglianza:

$$2 + p(p - 1)t^2 \leq (1 + t)^p + (1 - t)^p$$

per ogni $0 \leq t \leq 1$.

2) Trovare tutte le funzioni invertibili su tutto $(-\infty, +\infty)$ tali che $g''(g^{-1}(x)) = x$, per ogni $x \in (-\infty, +\infty)$.

3) Calcolare gli estremi assoluti della funzione $f(x, y) = x(y - 1)$ nel cerchio $x^2 + y^2 \leq 1$.

4) Sia $f = \chi_{[0,1]}$, la funzione caratteristica dell'intervallo $[0, 1]$.

Per ogni $x \in (-\infty, +\infty)$, calcolare:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x - y)f(x)dy.$$