CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELL'INFORMAZIONE.
Compiti di Analisi Matematica I. Anno accademico 1992-93.

Sessione estiva, 4 giugno 1993.

1) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, flessi ed asintoti:

$$f(x) = \log|x^2 - 3| + x^2 - x.$$

2) Studiare la convergenza della serie seguente al variare del parametro reale α :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} [\pi - 2\arctan\,(10\; n^{\alpha} + 3)].$$

3) Calcolare l'integrale definito:

$$\int_{-\log 3}^{\log 3} \frac{dx}{\mathrm{ch}^2 x + 6\;\mathrm{sh}x\mathrm{ch}x + \mathrm{sh}^2 x}.$$

4) Sia $f \geq 0$ e continua per ogni x reale. Posto $\phi(x) = \int_0^x (x-t)f(t)dt$,
(i) calcolare $\phi'(x)$ e $\phi''(x)$,
(ii) dimostrare che $x = 0$ è un punto di minimo per $\phi(x)$.

Sessione estiva, 2 luglio 1993.

1) Al variare del parametro α, stabilire il carattere dell'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{[\log(x+5)]^{\alpha}}{\log(10 + 11^x)}\; dx.$$

2) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, flessi ed asintoti: $f(x) = (12 - x^2)(x^2 - 8)^{\frac{1}{3}}$.

3) Sia f convessa in $[-1, 4]$. Mostrare che le condizioni: $f(-1) = 10$, $f(4) = 3$, $\int_{-1}^4 f(x)\; dx = 35$, sono tra loro in contaddizione.

4) Calcolare:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x} \int_{\frac{\pi}{2}}^{x} \frac{2t - \pi}{t^2 - 4t + 5}\; dt.$$

Sessione autunnale, 5 ottobre 1993.

1) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, flessi ed asintoti, disegnandone quindi il grafico: $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{7} + 4\arctan\sqrt{|x-1|}$.

2) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_2^6 \frac{dx}{x+2+\sqrt{x^2+4x-11}}.$$

3) Data la serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \log \frac{7+(n+1)^\alpha}{7+n^\alpha}$, (i) stabilire per quali α reali essa converge; (ii) calcolarne la somma.

4) Sia $f : [0, +\infty) \to I\!R$ definita da $f(x) = \log(1+x^2) + 2^{x+1}$; (i) dimostrare che f è invertibile in $[0, +\infty)$ e determinare il dominio della funzione inversa f^{-1}, (ii) calcolare $\frac{d^2 f^{-1}}{dx^2}(2)$.

Sessione autunnale, 26 ottobre 1993.

1) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, convessità, concavità ed asintoti, disegnandone quindi il grafico:

$$f(x) = (x+1)e^{\frac{x}{|x|-1}}.$$

2) Determinare il campo di esistenza della funzione:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log[1+(2x)^n]}{n+x^{2n}}.$$

3) Calcolare l'area della figura piana delimitata dall'asse delle ordinate, dal semiasse positivo delle ascisse e dal grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{x-2}{(x+1)(x^2-2x+10)}.$$

Sessione autunnale, 7 gennaio 1994.

1) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, convessità, concavità ed asintoti, disegnandone quindi il grafico:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} + \frac{x+3}{\sqrt{1+x^2}}.$$

2) Calcolare:

$$\lim_{x\to+\infty} \int_0^1 \frac{t+2}{t\sqrt{t}+2t+x\sqrt{t}}\, dt.$$

3) Trovare tutte le radici complesse dell'equazione algebrica: $z^7 - 3i = 0$.

4) Stabilire il carattere della serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \int_{\sqrt[5]{n}}^{\sqrt[5]{n+3}} \frac{1+\sin^2 t}{\sqrt[7]{t}}\, dt.$$

Sessione autunnale, 8 febbraio 1994.

1) Studiare la seguente funzione nel suo dominio di definizione, completa di estremi relativi, convessità, concavità ed asintoti, disegnandone quindi il grafico:

$$f(x) = x - \log|-3 - 2\sin x\cos x + 4\sin^2 x|.$$

2) Calcolare l'integrale:

$$\int_{-2}^{3} \frac{x^2 + 2|x| + 6}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}}\, dx.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie al variare del parametro $\alpha > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n [\sin \frac{1}{n^\alpha} - \frac{1}{n^\alpha}].$$

4) Disegnare il luogo dei punti (x, y) del piano tali che:

$$\mathrm{Im}(\sum_{n=2}^{+\infty} z^n) = 0, \quad z = x + iy.$$