

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo integrale, 1 luglio 2002
Corso di Laurea in Informatica

1) Calcolare l'area della lunula:

$$L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 4 - 4\sqrt{3}x \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

2) Sia

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{1 + \sin^2 t}{\sqrt[3]{t^2}} dt;$$

(i) dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty;$$

(ii) calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}.$$

3) Con la sostituzione $y(x) = x z(x)$, calcolare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$3 y' = 2 \frac{y}{x} - \frac{y^4}{x^2}.$$