

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo integrale, 19 settembre 2005
Corso di Laurea in Informatica

1) Calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^{\pi} \sin x \ln(2 + \sin x) \, dx.$$

2) Determinare tutti i valori del parametro $\alpha \geq 0$ per i quali converge l'integrale improprio:

$$\int_2^{+\infty} \frac{[x^{\pi} \ln x]}{1 + [x^{\alpha} \ln x]} \, dx,$$

dove $[t] =$ il più grande intero $\leq t$.

3) Calcolare

(i) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' + \frac{2}{x} y' + y = 6 + x^2,$$

sapendo che $y_1(x) = \frac{\sin x}{x}$ è una soluzione dell'equazione omogenea associata;

(ii) tutte le soluzioni dell'equazione che rimangono limitate, con la loro derivata prima, per $x \rightarrow 0$.