

Compito di Analisi Matematica I: Calcolo integrale, 25 novembre 2005
Corso di Laurea in Informatica

1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'''' + 2y''' + 5y'' + 8y' + 4y = \sin 2x.$$

2) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[1 + \frac{1}{n^\alpha} \right]^\alpha - \left[1 + \frac{1}{(n+1)^\alpha} \right]^\alpha \right\}$$

per $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarne la somma.

3) Sia

$$F(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx.$$

Dimostrare che l'integrale converge per $p > 0$. Dimostrare inoltre la formula $F(p+1) = pF(p)$.