Compito di Analisi Matematica I: Calcolo integrale, 8 gennaio 2001
Corso di Laurea in Informatica

1) Calcolare l'integrale indefinito:

$$\int x \ \ln(1+x^3)\ dx.$$

2) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale improprio converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^\alpha)}{x^2}\ dx.$$

3) Sia

$$f(x) = \frac{\cos x}{1+x^2}.$$

(i) Calcolare la formula di Taylor di ordine 4 per f nel punto $x = 0$ con resto di Peano;

(ii) calcolare la formula di Taylor di ordine 12 nel punto $x = 0$ con resto di Peano per la funzione

$$g(x) = \frac{\cos 3x^3}{1+9x^6}.$$

4) Si consideri l'equazione differenziale:

$$(1-x^2)\ y'' + 2xy' - 2y = 0,\ \ x \in (-\infty, +\infty).$$

(i) Verificare che $y_1(x) = x$ è una soluzione dell'equazione;

(ii) determinare l'integrale generale dell'equazione;

(iii) determinare tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(1) = y'(1) = 0$.