

Analisi Matematica I (A.A. 2016/17)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 - \cos \frac{1}{n}}.$$

2. Tracciare un grafico approssimativo di

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \sin(x).$$

Si scelga, poi, $\lambda > 0$ in modo che, detto x_k il k -esimo punto critico di

$$\lambda x + \sin(x)$$

sul semiasse positivo, si abbia che

$$\{f(x_k)\}$$

è strettamente crescente.

3. Siano a, b due numeri reali fissati, con $a \neq b$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a \sin bx)^2 - (b \sin ax)^2}{(a - b) x^4}$$

4. Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione

$$\int_0^x \frac{e^t}{\sqrt{e^{2t} + 2e^t + 2}} dt = -\ln(4(\sqrt{5} - 2)).$$