

Corso di Laurea in Matematica  
a.a. 2015-2016  
Analisi Matematica Due  
terzo appello – 19 luglio 2016

1. Calcolare, per  $x > 0$  e per  $n \rightarrow +\infty$ , il valore limite  $f(x)$  della successione di funzioni

$$f_n(x) = n \left( x^{\frac{1}{n}} - 1 \right) .$$

Inoltre verificare che  $f_n(x)$  converge uniformemente nell'intervallo  $[1, 2]$  e calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^2 f_n(x) dx .$$

2. Determinare su  $\mathbb{R}^2$  i punti critici ed i punti di massimo o di minimo relativo della funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = x^2 + 3xy^2 + y^4 .$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$\omega = 4 \sin xy \cos xy (y dx + x dy)$$

esteso al segmento sulla bisettrice del primo quadrante, per  $x \in [0, 1]$ , nel verso delle  $x$  crescenti. Stabilire inoltre (senza far uso di calcolatrice) se il risultato sia maggiore o minore di 1.

4. Disegnare in un riferimento cartesiano ortogonale l'insieme  $B$  costituito dai punti  $(x, y)$  di  $\mathbb{R}^2$  che soddisfano le condizioni

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x \\ x^2 + y^2 \leq 2y \end{cases} .$$

In particolare i punti  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  sono in  $B$ . Si consideri il quadrato  $Q$  con vertici in tali punti e lati paralleli agli assi coordinati. Stabilire se l'area di  $B$  sia uguale, superiore, o inferiore, alla metà dell'area del quadrato  $Q$  (per calcolare l'area di  $B$  e di  $Q$  si possono utilizzare considerazioni di geometria elementare).