

Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2015-2016
Analisi Matematica Due
quarto appello – 13 settembre 2016

1. Determinare i numeri reali x dell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ per cui la *serie di funzioni*

$$\sum_{k=1}^{\infty} 2^{k/2} \sin \frac{1}{k} (\sin x)^k$$

risulta convergente. Determinare inoltre se la serie di funzioni *converge totalmente* nell'intervallo $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$.

2. Stabilire se nel punto $(0, 0)$ di \mathbb{R}^2 la *funzione di due variabili reali*

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^{3/4}$$

sia continua, derivabile, differenziabile, derivabile due volte.

3. Risolvere il seguente *problema di Cauchy*

$$\begin{cases} 2y'' + y + (y')^2 = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -1 \end{cases} .$$

4. Calcolare il *perimetro* dell'*asteroide* di equazione cartesiana

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1 .$$

Confrontare (cioè dire qual'è più grande o più piccolo) il risultato con il perimetro del luogo geometrico (*quadrato*) delimitato dall'equazione

$$|x| + |y| = 1 ,$$

e con la lunghezza della *circonferenza* di equazione

$$x^2 + y^2 = 1 .$$