Analisi Matematica II (A.A. 2017/18)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Determinare i numeri reali x per cui la *serie di funzioni*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{2}\sin x\right)^k \sin\frac{1}{k}$$

risulta convergente. Determinare inoltre se la serie data *converge totalmente* negli intervalli $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ e/o $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Integrare graficamente il seguente problema di Cauchy; cioè studiare le proprietà di monotonia, convessità, eventuali asintoti orizzontali, della soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x - y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

e disegnarne approssimativamente il grafico.

3. Determinare al variare di $\alpha > 0$ i punti critici della funzione $f_\alpha(x, y) = x^2 y e^{x+\alpha y}$. Dire se tali punti sono di massimo o minimo locale oppure assoluto. Dire cosa succede all'insieme dei punti critici quando $\alpha \to +\infty$.

4. Calcolare

$$\iint_{Q^+} |\log x - \log y| e^{-x-y}\, dx dy,$$

con Q^+ primo quadrante del piano.