

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n.3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

11 maggio 2011

**\*\*AAA\*\***

1. Disegnare il grafico della funzione integrale

$$F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^4} dt$$

e in particolare:

- (a) determinare il dominio e il segno di  $F$ ;
  - (b) determinare gli intervalli di monotonia;
  - (c) stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali;
  - (d) studiare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $F$  e della sua derivata;
  - (e) (facoltativo) studiare la convessità di  $F$ .
2. Calcolare il seguente limite di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin^2 x - \sin(x^2)]^2}{x^5(x - \operatorname{arctg} x)}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sqrt{k}}{k+17}$$

- (a) stabilire se la serie converge;
- (b) stabilire se la serie converge assolutamente.

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n.3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

11 maggio 2011

\*\*BBB\*\*

1. Disegnare il grafico della funzione integrale

$$F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^6} dt$$

e in particolare:

- (a) determinare il dominio e il segno di  $F$ ;
  - (b) determinare gli intervalli di monotonia;
  - (c) stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali;
  - (d) studiare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $F$  e della sua derivata;
  - (e) (facoltativo) studiare la convessità di  $F$ .
2. Calcolare il seguente limite di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin(x^2) - \sin^2 x]^2}{x^4 - x^2 \operatorname{arctg}(x^2)}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sqrt{k}}{k+23}$$

- (a) stabilire se la serie converge;
- (b) stabilire se la serie converge assolutamente.

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n.3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

11 maggio 2011

\*\*CCC\*\*

1. Disegnare il grafico della funzione integrale

$$F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^8} dt$$

e in particolare:

- (a) determinare il dominio e il segno di  $F$ ;
  - (b) determinare gli intervalli di monotonia;
  - (c) stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali;
  - (d) studiare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $F$  e della sua derivata;
  - (e) (facoltativo) studiare la convessità di  $F$ .
2. Calcolare il seguente limite di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\cos^2 x - \cos(x^2) + x^2]^2}{x^5(x - \operatorname{arctg} x)}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sqrt{k}}{k+19}$$

- (a) stabilire se la serie converge;
- (b) stabilire se la serie converge assolutamente.

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n.3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

11 maggio 2011

\*\*DDD\*\*

1. Disegnare il grafico della funzione integrale

$$F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^{10}} dt$$

e in particolare:

- (a) determinare il dominio e il segno di  $F$ ;
  - (b) determinare gli intervalli di monotonia;
  - (c) stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali;
  - (d) studiare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $F$  e della sua derivata;
  - (e) (facoltativo) studiare la convessità di  $F$ .
2. Calcolare il seguente limite di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\cos(x^2) - \cos^2 x - x^2]^2}{x^4 - x^2 \operatorname{arctg}(x^2)}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sqrt{k}}{k+13}$$

- (a) stabilire se la serie converge;
- (b) stabilire se la serie converge assolutamente.

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.