

# Analisi Matematica III modulo

## Prova scritta n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2007-2008

15 febbraio 2008

1. Posto

$$g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (x - k)^2}$$

dimostrare che  $g$  è definita per ogni  $x \in \mathbb{R}$  (la serie converge), e che  $g$  è una funzione di classe  $C^1$ .

*Facoltativo.* Calcolare  $\int_0^1 g(x) dx$ .

2. Studiare la continuità e la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto  $(0, 0)$ .

3. Determinare l'insieme di tutti i valori assunti dalla funzione

$$f(x, y) = x^4 - xy + y^2$$

sul quadrato  $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .