

Analisi Matematica 2

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2009-2010

12 gennaio 2010

1. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3 + y^5}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione nel punto $(0, 0)$.

2. Trovare i punti critici della funzione

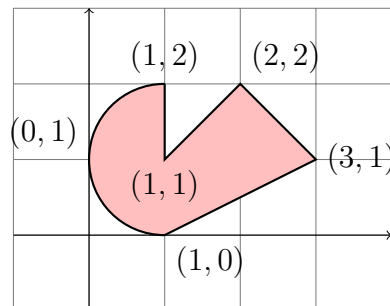
$$f(x, y) = x^6 - 2x^3 y^3 + y^4 - y^6$$

e dire se sono massimi o minimi.

3. Determinare il valore massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = 3x + 3y + 2$$

sulla regione chiusa delimitata dai 4 segmenti e dalla semicirconferenza rappresentati in figura.



4. Disegnare approssimativamente l'insieme di livello $\{f(x, y) = 0\}$ della funzione

$$f(x, y) = x^6 y - x^2 y - \log y.$$

In particolare

- (a) determinare i punti in cui l'insieme di livello non si può rappresentare localmente come il grafico di una funzione (rispetto a x o rispetto a y);
- (b) dimostrare che il livello è simmetrico rispetto all'asse delle y ;
- (c) trovare gli asintoti verticali del livello.
- (d) verificare che il livello è connesso;