Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2011-2012

Analisi Matematica Due

quinto appello – 17 gennaio 2013

1. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente serie di funzioni
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}\, x^{n}\,(1-x)$$
converge puntualmente nell'intervallo $[0,1] \subset \mathbb{R}$. Stabilire inoltre per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge totalmente.

2. Determinare su $\mathbb{R}^2$ i punti di massimo ed i punti di minimo relativo della funzione
$$f\,(x,y) = (x-y)^2\left(x^2+y^2-1\right)^2 .$$
Determinare inoltre il massimo ed il minimo assoluti della funzione $f\,(x,y)$ al variare di (x,y) nel cerchio di $\mathbb{R}^2$ di centro l'origine e raggio 1.

3. Calcolare l'integrale curvilineo di forma differenziale
$$\int_{\gamma} \frac{2xy}{\left(1+x^2\right)^2}\,dx \;-\; \frac{1}{\left(1+x^2\right)}\,dy$$
esteso alla curva γ di equazione $x = \sin y$, con $y \in [0,\pi]$, orientata nel verso delle y crescenti.

4. Calcolare l'integrale doppio
$$\iint\limits_{D} \frac{\sin y}{y}\,dx\,dy$$
dove D è il quadrilatero del piano (x,y) di vertici $(\pm1,1)$, $(\pm2,2)$. Stabilire inoltre il segno del risultato dell'integrale doppio senza far uso di una calcolatrice, cioè con una argomentazione (convincente!).