

Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2013-2014

Analisi Matematica Due
primo appello – 27 maggio 2014

1. Stabilire se risulta differenziabile nell'origine di \mathbb{R}^2 la funzione $f(x, y)$ di due variabili reali definita da

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + y^2) \sin x + \sin(x^2 y^2)}{x^2 + y^2} \quad \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \quad f(0, 0) = 0.$$

2. Determinare i punti critici e i punti di massimo o di minimo relativo su \mathbb{R}^2 per il polinomio $f(x, y)$ definito da

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - xy^4.$$

3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'' + y + (y')^2 = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -1 \end{cases}.$$

4. Siano $r > 0$ e $\vartheta_0 \in [0, 2\pi]$ due parametri fissati. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_C \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy,$$

dove C è il cerchio di raggio r e centro nel punto (x_0, y_0) di coordinate

$$(x_0, y_0) = (r \cos \vartheta_0, r \sin \vartheta_0).$$

Il risultato dipende da r ? Il risultato dipende da ϑ_0 ? Spiegare il perché.