Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2013-2014

Analisi Matematica Due
secondo appello – 17 giugno 2014

1. Stabilire se la seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \arctan \frac{n}{x}$$

converge uniformemente in questi sottoinsiemi di $\mathbb{R}$

$$(a)\ \mathbb{R} - \{0\}\,; \qquad (b)\ \ (0,1)\,; \qquad (c)\ \ (1,+\infty)\,.$$

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α risulta differenziabile nell'origine di $\mathbb{R}^2$ la funzione $f(x,y)$ di due variabili reali definita da

$$f(x,y) = \frac{|xy|^\alpha - x^2 y - y^3}{x^2+y^2} \ \text{ se } \ (x,y) \neq (0,0)\,, \qquad f(0,0) = 0\,.$$

3. Disegnare approssimativamente il grafico della soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1-x^2)\,(y^3 - y^2 - 2y) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad .$$

4. Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{y}{x^2+y^2} \right) dx \, + \left(\frac{1}{1+y^2} + \frac{x}{x^2+y^2} \right) dy \ ,$$

esteso alla curva γ di equazioni (nel verso delle t crescenti)

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = 1 + 2\cos t \\ y(t) = 2 \sin t \end{cases} , \qquad t \in [0, 2\pi] \ .$$

Calcolare inoltre, se esiste, una primitiva della forma differenziale ω nel semipiano $y > 0$.