

Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2013-2014

Analisi Matematica Due
quarto appello – 17 settembre 2014

1. Determinare su \mathbb{R}^2 i punti critici ed i punti di massimo e quelli di minimo relativo della funzione di due variabili reali definita da

$$f(x, y) = x^4 + x^3 + x^2 + 1 - (y - x^2)^4 .$$

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale del primo ordine

$$xyy' + y^2 + 1 = x^2 .$$

3. Si consideri la forma differenziale ω di classe C^1 su \mathbb{R}^2

$$\omega = (a(x) + \alpha y) dx + (b(y) + \beta x) dy ,$$

dove $a(x)$ e $b(y)$ sono funzioni - di una variabile reale - di classe $C^1(\mathbb{R})$ e α, β sono numeri reali. Determinare le condizioni per cui la forma differenziale ω risulti esatta su \mathbb{R}^2 ; in tal caso calcolarne le primitive.

4. Sia $r > 0$ un parametro fissato. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_C y \, dx \, dy$$

esteso al dominio $C \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dall'asse x e dall'arco di cardioide di equazione

$$\varrho = r(1 + \cos \theta) , \quad \theta \in [0, \pi] .$$