

Analisi Matematica II (A.A. 2017/18)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Determinare i punti critici ed i punti di massimo o di minimo relativo su \mathbb{R}^2 della funzione $f(x, y)$ di due variabili reali

$$f(x, y) = x^2 + 4xy^2 + y^4.$$

Stabilire inoltre se la funzione $f(x, y)$ assume massimo assoluto e/o minimo assoluto nell'insieme I di \mathbb{R}^2 definito da

$$I = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2y^2 \geq 0\}.$$

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y' = \frac{y}{x} - \frac{1}{y} \\ y(-1) = -1 \end{cases}$$

e indicare l'intervallo massimale in \mathbb{R} in cui $y(x)$ risulta soluzione del problema di Cauchy in considerazione.

3. Studiare il dominio e le proprietà di chiusura ed esattezza della forma differenziale lineare

$$\omega(x, y) = \frac{2xy^2}{\sqrt{1-x^4y^4}}dx + \frac{2x^2y}{\sqrt{1-x^4y^4}}dy.$$

Determinare l'estremo superiore di

$$\int_{\gamma(P,Q)} \omega,$$

con $\gamma(P, Q)$ curva regolare di estremi P e Q contenuta nel dominio di ω .

4. Calcolare

$$\int_D (x^2 + z^2)y dx dy dz,$$

con $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$.