

Vettori di \mathbb{R}^n

September 24, 2014

Esercizio 1

Siano $\mathbf{u} = (5, 3, -4)$, $\mathbf{v} = (-1, 5, 2)$ e $\mathbf{w} = (3, -1, -2)$ Trovare:

1. $5\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$
2. $-2\mathbf{u} + 4\mathbf{v} - 3\mathbf{w}$

Esercizio 2

Scrivere il vettore $\mathbf{u} = (1, -2, 5)$ come combinazione lineare di $\mathbf{u}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{u}_2 = (1, 2, 3)$ e $\mathbf{u}_3 = (2, -1, 1)$.

Esercizio 3

Dati i vettori $\mathbf{u} = (1, -3, 4)$, $\mathbf{v} = (3, 4, 7)$, calcolare:

- $\cos \theta$, dove θ è l'angolo tra \mathbf{u} e \mathbf{v}
- $\|\mathbf{u}\|$ e $\|\mathbf{v}\|$;
- $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$

Esercizio 4

Determinare il valore di k affinché $\mathbf{u} = (1, k, -3)$ e $\mathbf{v} = (2, -5, 4)$ risultino ortogonali.

Esercizio 5

Determinare se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti oppure no:

- $\mathbf{u} = (1, 2)$, $\mathbf{v} = (3, -5)$;
- $\mathbf{u} = (2, 4, -8)$, $\mathbf{v} = (3, 6, -12)$
- $\mathbf{u} = (1, 1, 2)$, $\mathbf{v} = (2, 3, 1)$, $\mathbf{w} = (4, 5, 5)$

Esercizio 6

Determinare se i seguenti sottoinsiemi di R^3 sono sottospazi vettoriali oppure no: in caso affermativo, esibirne dimensione e base.

- $A = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 = 1\}$;
- $B = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 + x_2 = 0, x_3 - 2x_2 = 0\}$
- $C = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 \geq 0\}$
- $D = \{(x_1, x_2, x_3) \mid -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0\}$