

1. Risolvere le seguenti equazioni di secondo grado:

- $x^2 - 16 = 0$
- $3x^2 - 5x + 2 = 0$
- $x^2 - x + 1 = -x^2 - 1$
- $(x+4)^2 - \frac{x-1}{3} + 8 = 0$
- $\frac{4x^2-1}{3} - \frac{3x^2+8}{5} = 1$
- $2x - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{4}x - x^2$

2. Risolvere le seguenti disequazioni di secondo grado:

- $3x^2 + x - 2 \leq 0$
- $(1-3x)^2 > (x+2)(x-2) - 3x + 5$
- $x^2 - 3 \geq (1+2x)^2 - 2$
- $(x-3)(x-4) < 5(x-5)^2$
- $\frac{(x+1)^2 - (x+3)^2}{3} > \frac{(x+2)^2}{2} - x$

3. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni fratte:

- $\frac{x-5}{x-4} + \frac{1}{2} = x - 5$
- $\frac{1-3x}{(-1+x)^2} - \frac{x}{1-x^2} = \frac{1}{1-x}$
- $\frac{4}{3x} = 2x - \frac{2}{3}$
- $\frac{x}{x-4} = \frac{-1+x^2}{x^2-x}$
- $\frac{2x-1}{x-3} < \frac{x+1}{x-1}$
- $\frac{x^2-4x+3}{4-x^2} \leq 0$
- $\frac{4x-x^2}{9x^2+6x+1} \geq 0$
- $\frac{3}{x-2} < \frac{2x}{3+x}$

4. Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

- $\begin{cases} (x^2+1)(x^2-5) > 0 \\ 4-x < 3(x-4) - 5x \end{cases}$
- $\begin{cases} x(x-2) - x^2 + 4 < 3(x-2)(x-3) \\ x^2 - 4x - (3-2x)^2 < 5 - 4(x-1)^2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 > 0 \\ \frac{x}{2-x} < 1 \end{cases}$

5. Disegnare le seguenti parabole, indicando le coordinate del vertice, concavità e intersezioni con gli assi

- $y = -\frac{1}{2}x^2$
- $y = 2x^2 - 4x$
- $y = x^2 - 5x + 4$
- $y = -x^2 + x - 1$

6. (FACOLTATIVO) Data la parabola $y = ax^2 + bx + c$, determinare a, b e c affinché:

- abbia vertice nel punto $(2; -1)$ e fuoco nel punto $(2; -\frac{3}{4})$;
- passi per i punti $(0, 3)$, $(1, 8)$ e $(-2, -1)$;
- abbia vertice nel punto $(0, -1)$ e direttrice la retta $y = -2$.

7. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni irrazionali:

- $\sqrt{3+x} = -x-7$
- $3-2x-\sqrt{x^2-1} = 4-x$
- $\sqrt{3(x-1)(x-2)} = \sqrt{5x^2-20}$
- $\sqrt[3]{x^3-4} = x-1$
- $\sqrt{x^2-2x} = 4+x$
- $\sqrt[3]{x^3-2x} < x-2$
- $\sqrt{x^2-5} \leq 2$
- $2x-3 < \sqrt{x-1}$
- $\sqrt{3x-2} > 2(x-1)$
- $\frac{\sqrt{2x-x^2}}{1-x} \geq 1$

8. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali:

- $3^{2-8x} = 9^{3x+1}$
- $2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-3}$
- $3^{x-1} = 7^{1+x}$
- $10 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x - 1 = 0$
- $5^{2x} - 5^{x+1} + 6 = 0$
- $(\sqrt[3]{4})^{2-3x} = (\sqrt[5]{8})^{x+1}$
- $2^{-2x} - 4 \cdot 2^x \geq 0$
- $2^{-x^2+5x} \leq 2^{-6}$
- $3^{2x} + 6 < 5 \cdot 3^x$
- $\frac{1}{2}^{-x} - \frac{1}{2}^x < 12$
- $3 \geq 4^{x+3}$
- $3^{2x^2-1} < 5$

9. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni logaritmiche:

- $\log\left(\frac{2}{x}\right) = \frac{1}{\log(2x)}$
- $\log_2(2x^2 - 3x + 10) = 2$
- $3\log(x) + \frac{1}{\log x} = 2$
- $\log_9(x) + \log_{27}(x) = \frac{5}{6}$
- $\log_{10}\left(\frac{x^2+10x+16}{x-1}\right) = 10$
- $\log_{x-1}(3 - |x|) = 2$
- $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5) \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$
- $2\log(x) - 3 < \frac{2\log(x)+3}{\log(x)}$
- $\log_2(\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}) \leq 1 + \log_2(x - 1)$
- $\sqrt{2 - \log_2(x)} > 2$
- $\log_{x-1}(x - 2) < 1$
- $\log_{\frac{4}{5}}(x) + \log_{\frac{4}{5}}(x - 1) \geq \log_{\frac{4}{5}}\left(\frac{1}{6}\right)$

10. Risolvere le seguenti equazioni trigonometriche:

- $\sin(x) = \frac{\sqrt{(3)}}{2}$
- $\cos(2x) = -\frac{1}{2}$

- $\cos(3x + \pi) = \cos(x)$
- $\sin(3x) = \cos(x - \frac{\pi}{6})$
- $\tan(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\tan(x - \frac{\pi}{3}) = \tan(\frac{\pi}{6} - x)$
- $\cos^2(x) - 3\cos(x) + 2 = 0$
- $\cos(2x) + \sin^2(x) = 0$

11. Risolvere le seguenti disequazioni trigonometriche:

- $2\cos(x) < 1$
- $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\tan(x) < \sqrt{3}$
- $2\sin^2(x) - \sin(x) < 0$
- $\frac{2\cos(x)-1}{\sin(x)} < 0$
- $\frac{\sqrt{3}\tan(x)-1}{2\sin(x)-\sqrt{3}} \leq 0$

12. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \frac{4x-3}{|x|+1}$
- $f(x) = \log_5(e^x - 1)$
- $f(x) = \frac{\log(1-x)}{2x-1}$
- $f(x) = \frac{\tan(x)}{2\sin(x)-1}$
- $f(x) = \sqrt[9]{\frac{x}{x-7}}$
- $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$
- $f(x) = x + \log_5(2x - 4)$
- $f(x) = \sqrt{5^{2x} + 5^x}$
- $f(x) = 2\sqrt{2x - \sqrt{3-x}}$
- $f(x) = \frac{\log(5-x) + \log(1-x^2)}{\log(x-7)}$
- $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3-x^2}}{\sqrt{\log|x|}}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}}{\sqrt[3]{3 + \sqrt{e^{2x} - 1}}}$
- $f(x) = \frac{\log_{1/2}(1 - \sqrt{3x-2})}{2 + e^{5x-2}}$
- $f(x) = \frac{1}{\arctan(\frac{x}{1-x})}$
- $f(x) = \arcsin(\log(x))$
- $f(x) = \arccos(\sqrt{2-x})$
- $f(x) = \sqrt{\arcsin(x+3)}$

13. Verificare se le funzioni funzioni sono pari o dispari:

- $f(x) = |x| + 7$;
- $f(x) = \sin|x|$;
- $f(x) = \frac{x^3}{4|x|+3}$
- $f(x) = \frac{x^4 - x^3}{x^4 + 1}$;
- $f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$;

- $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^3}$;
- $f(x) = \frac{\cos(x)}{\tan^2(x)+3}$

14. Determinare il periodo delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \tan(4x)$
- $f(x) = \cot(2x)$
- $f(x) = \sin(5x - \frac{\pi}{6})$
- $f(x) = \sin(2\pi x)$
- $f(x) = \sin^2(x)$
- $f(x) = \tan^2(x)$
- $f(x) = 3\sin(x) + \sin(x/3)$
- $f(x) = \tan(x/3) + \cos(x/2)$

15. Dopo aver considerato, se necessario, opportuni insiemi di partenza e arrivo, scrivi l'espressione analitica della funzione inversa.

- $f(x) = 2x + 1$
- $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$
- $f(x) = x^7 + 2$
- $f(x) = 3 + \log(x - 5)$
- $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$
- $f(x) = \frac{2}{e^{x-2}}$

16. Date le funzioni f e g , calcolare $f \circ g$ e $g \circ f$ con i loro rispettivi domini.

- $f(x) = x^2 + 1, g(x) = e^x$
- $f(x) = 4 - x^2, g(x) = \sqrt{x}$
- $f(x) = 2x + 1, g(x) = \log_2(x^2 - 1)$
- $f(x) = 2\sin(x) - 1, g(x) = \frac{1}{x-2}$