

Altri esercizi sul calcolo integrale

December 26, 2011

ESERCIZIO NUMERO 1: Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

- $\int x^2 \sin(x^3 - 1) dx$
- $\int x \sqrt{x^2 + 1} dx$
- $\int \frac{x^2 + \ln^2 x}{x} dx$
- $\int \frac{\tan x}{1 + \ln \cos x} dx$
- $\int \frac{7x + \arctan^3 x}{1 + x^2} dx$
- $\int \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3} dx$
- $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx$
- $\int \frac{2 \sin^2 x - 1}{\sin x} dx$
- $\int \sqrt{16 - x^2} + 2\sqrt{x} dx$
- $\int \sqrt{x^2 + 3} dx$
- $\int \frac{2 \sin^2 x - 1}{\sin x} dx$
- $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$ (suggerimento: porre $t = \cos x$)
- $\int \frac{\tan^3 x + \tan x}{\tan x + 2} dx$
- $\int \frac{3x+1}{\sqrt{2-x}} dx$
- $\int \frac{\tan x}{3 + \cos^2 x} dx$
- $\int \sqrt[3]{x} \ln 2x dx$
- $\int \sin(\ln x) dx$
- $\int x \arctan \sqrt{x-1} dx$
- $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$
- $\int \frac{\cos x}{3^x} dx$
- $\int \frac{3x^2 + 12x + 12}{1 + (x+2)^3} dx$
- $\int \frac{2x^2 - 3x + 4}{2x - 3} dx$
- $\int \frac{1-x}{9x^2-1} dx$
- $\int \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1} dx$
- $\int \frac{x^2 + x + 6}{x^2 + 16} dx$

ESERCIZIO 2: Calcola i seguenti integrali definiti.

- $\int_1^e \frac{x+1}{(x+2)^2} dx$
- $\int_0^2 (x-2)^2 e^{\frac{x}{2}} dx$
- $\int_0^\pi x^2 \sin x dx$
- $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$
- $\int_{-2}^1 \ln(x+3) dx$
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$
- $\int_0^2 x|x-1| dx$
- $\int_0^1 \arctan x dx$
- $\int_0^\pi x \sin x \cos x dx$
- $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} |\sin^3 x| dx$
- $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$
- $\int_{-2}^2 \frac{|x^2+x|}{x^2-9} dx$
- $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx$

Esercizio 3: Indica quali funzioni rispettano le ipotesi del teorema della media nell'intervallo indicato:

- $f(x) = \sqrt{x}$, $I = [0; 6]$
- $f(x) = \ln(x+3)$, $I = [-3; 0]$

ESERCIZIO 4

- Determinare l'area della regione compresa tra le funzioni $f(x) = 2x^2 - 4x$ e dalla retta $g(x) = -x + 2$.
- Determinare l'area della regione compresa tra le funzioni $f(x) = -x^2 + 2|x| + 8$ e dalla retta $g(x) = \frac{5x+20}{7}$.
- Determinare l'area della regione compresa tra le funzioni $f(x) = \sin 2x$ e dall'asse x , con $x \in [0, \pi]$
- Determinare l'area della regione compresa tra le funzioni $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ e dalla retta $g(x) = \frac{x}{2}$.

Esercizio 5: Determinare il valore medio delle seguenti funzioni nell'intervallo scritto a fianco e calcola il punto z in cui la funzione assume tale valore:

- $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ $I = [0; 1]$
- $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ $I = [3; 6]$
- $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ $I = [2; e+1]$

Esercizio 6: Calcolare i seguenti limiti:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2 t dt}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2 t dt}{x^3}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \cos t^2 dt}{1 - \cos x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_1^{e^x} \ln t dt}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\cos x} \frac{1}{1-t^2} dt}{x^2}$